福建省初中数学学科教学与考试指导意见

一、课程理念、教育教学原则

（一）彰显育人价值

初中数学课程要坚持以习近平新时代中国特色社会主义思想为指导，深入贯彻党的十九大精神，全面贯彻党的教育方针，培育和践行社会主义核心价值观，落实立德树人根本任务，发展素质教育；按照《国家中长期教育改革和发展规划纲要（2010—2020年）》和教育部《关于全面深化课程改革落实立德树人根本任务的意见》的有关要求，以《义务教育数学课程标准（2011版）》（以下简称《数学课程标准》）为依据，按照德育为先、能力为重、面向全体、个性发展的总要求，正确处理好面向全体学生与关注学生个体差异的关系，以学生发展为本，使得人人都能获得良好的数学教育，不同的人在数学上得到不同的发展；遵循学生身心发展规律，结合数学学科特点，有机融入社会主义核心价值观教育和中华优秀传统文化教育，有意识地引导学生了解数学与人类发展的相互作用，体会数学的科学价值、文化价值和应用价值，体会数学对于人类文明发展的贡献，培养学生的理性精神和科学精神，充分彰显“数学育人”的价值，引导学生树立正确的世界观、人生观、价值观。

（二）发展核心素养

初中数学教学要以发展学生数学核心素养为导向，使学生学会用数学眼光观察世界，用数学思维分析世界，用数学语言表达世界。数学核心素养生成的本源是知识，以数学核心素养贯穿的课程目标制订要以知识的理解作为逻辑起点，教学要创设有利于学生数学核心素养发展的情境，引导学生把握数学本质，感悟数学思想，将核心素养的培养贯穿于数学教学的全过程。要根据数学学科的特点，发展运算能力、推理能力、空间观念、数据分析观念和模型思想等，注重发展学生的应用意识和创新意识，关注数学概念的理解和解释，关注数学规则的选择和运用，关注数学问题的发现与解决，关注知识技能、数学思考、问题解决、情感态度等目标的整体实现。

通过初中数学学习，学生应能获得适应社会生活和进一步发展所必需的数学基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验；能体会数学知识之间、数学与其他学科之间、数学与生活之间的联系，运用数学的思维方式进行思考，增强发现和提出问题的能力、分析和解决问题的能力；了解数学的价值，提高学习数学的兴趣，增强学好数学的信心，养成良好的学习习惯，具有初步的创新意识和科学态度。

（三）突出数学本质

初中数学应注重知识与素养两条主线的交融、协调，从整体上把握教学内容，突出数学本质，发挥各种能力和思想方法对初中数学知识的统摄作用，保持能力发展的逻辑连贯性和思想方法的前后一致性。数学知识的教学，应注重学生对所学知识的理解，体会数学知识之间的关联。在基本技能的教学中，不仅要使学生掌握技能操作的程序和步骤，还要使学生理解程序和步骤的道理。要重视贯穿整个义务教育阶段乃至高中阶段的数学基本思想方法的教学，注重知识背后的数学思想、方法的贯通，引导学生进行学习内容逻辑线索的梳理，强化在数学实践活动中综合运用数学知识的能力。对核心的数学概念、定理以及思想方法的学习要体现循序渐进、螺旋上升的原则，从整体性上形成解决问题的策略。

（四）关注学习过程

问题驱动贯穿了学生的数学学习过程。问题串的设置有助于引导学生了解知识的来龙去脉，经历知识的发生发展的过程，从而形成对概念、原理等的深刻理解，对过程中蕴涵的数学思想的体会与感悟，有助于发展学生的问题意识、探索精神。教师进行教学设计时，应根据教学目标，把教学重点、难点和关键点设置成一个个有序的、层层递进的教学问题。问题设置应在学生思维的最近发展区，要能激发学生兴趣，调动学生积极性。教师在教学过程中，对问题引导要注重启发性，促进学生独立思考、主动探索、合作交流，培养学生的发散思维和创新能力。要正确处理好“预设”与“生成”的关系、合情推理与演绎推理的关系，培养学生良好的数学学习习惯，指导学生掌握恰当的数学学习方法，发展学生的数学素养。

（五）融合信息技术

信息技术的发展对数学教育的价值、目标、内容以及教学方式产生了很大的影响，改变了人的交流方式和学习方式。要充分考虑信息技术对数学学习内容和方式的影响，开发并向学生提供丰富的学习资源，把现代信息技术作为学生学习数学和解决问题的有力工具，有效地改进教与学的方式，使学生乐意并有可能投入到现实的、探索性的数学活动中去。信息技术要服务于数学的课程目标，应用于数学课堂，使数学交流更便捷、有效，数学探究更直观、形象。要利用信息技术丰富学生的学习方式、促进数学理解、提高学习效率，教学中适时应用信息技术，积极发挥信息技术在建构数学概念、发现数学结论、突破学习难点、改进教学方式、培养数学表达、传播数学技术等方面的作用。

现代信息技术的作用不能完全替代原有的教学手段，其真正价值在于实现原有的教学手段难以达到甚至达不到的效果。在应用现代信息技术的同时，教师还应注重课堂教学的板书设计。必要的板书有利于实现学生的思维与教学过程同步，有助于学生更好地把握教学内容的脉络。

（六）建立多元评价

学习评价的主要目的是为了全面了解学生数学学习的过程和结果，激励学生学习和改进教师教学。应建立目标多元、方法多样的评价体系。评价既要关注学生学习的结果，也要重视学习的过程；既要关注学生数学学习的水平，也要重视学生在数学活动中所表现出来的情感与态度，帮助学生认识自我、建立信心。切实关注基础知识和基本技能的评价、数学思考和问题解决的评价、情感态度的评价，注重对学生数学学习过程的评价，体现评价主体的多元化和评价方式的多样性，恰当地呈现和利用评价结果，合理设计与实施书面测验，通过各种评价得到的信息，了解学生数学学习达到的水平和存在的问题，帮助教师进行总结与反思，调整和改进教学内容和教学过程。初中学业水平考试按照国家课程标准的要求，以能力立意与素养导向，命题要减少单纯记忆、机械训练性质的内容，加强理性思维考查，体现创新性。对数学核心素养的测量要以知识为基础，以数学思想方法为引领，以情境为载体，注重综合性和层次性。注重考查学生综合运用所学知识分析问题和解决问题的能力，增强与学生生活、社会实际的联系。

二、课程实施

（一）课程开设、课时安排等要求

初中数学设置了“数与代数”，“图形与几何”，“统计与概率”，“综合与实践”四个部分的课程内容。第三学段七、八、九年级数学课每周均开设 5 课时，三年共 592 课时。其中“综合与实践”内容设置的目的在于培养学生综合运用有关数学的知识与方法解决实际问题，培养学生的问题意识，应用意识和创新意识，积累学生的活动经验，提高学生解决现实问题的能力。

“综合与实践” 是一类在教师指导下，以问题为载体、以学生自主参与为主的学习活动。“综合与实践”的活动可以渗透在数与代数、图形与几何、统计与概率等知识的教学中，也可以单独以课题活动形式开展。各地应该保证每学期至少开展一次以课题活动为主的综合与实践活动，这种活动综合与实践可以在课堂上完成，也可以课内外相结合。

（二）教学要求

数与代数

数与式

内容标准	教学要求	教学建议
1．有理数	（1）理解有理数的意义。	①通过具体案例说明引入有理数的必要性； ②通过具体实例理解相反意义的量的含义； ③用规范的数学符号表述具有相反意义的量； ④正确读、写正数和负数； ⑤正确理解“0”的两种意义（“没有”“临界”）； ⑥能对有理数进行正确分类。
	（2）能用数轴上的点表示有理数。	①会用文字语言和符号语言解释、表述数轴的意义； ②通过学生熟悉的实例引入数轴，引导学生正确地画数轴

		（掌握三要素：原点、正方向、单位长度）； ③能用数轴上的点表示有理数； ④能发现数轴上的点与有理数的对应关系，并能运用这种对应关系。
	（3）能比较有理数的大小。	①通过实例引导学生概括有理数的大小比较法则的要点； ②能运用法则比较有理数的大小，能借助数轴比较有理数的大小。
	（4）借助数轴理解相反数的意义，掌握求有理数的相反数的方法。	①会用文字语言、符号语言、图形语言解释相反数的意义，初步了解数学三种语言的互译，如a、b互为相反数等价于$a+b=0$； ②借助数轴用点表示相反数：两个互为相反数的数（除 0 外）在数轴上所对应的点，在原点两旁，并且到原点距离相等，即两个互为相反数的数在数轴上所对应的点关于原点对称； ③能正确、迅速地求常数或字母的相反数，如数a的相反数是$-a$。
	（5）借助数轴理解绝对值的意义，掌握求有理数的绝对值的方法，知道$\lvert a \rvert$的含义（这里a表示有理数）。	①会用文字语言、符号语言、图形语言解释、表述绝对值的意义，理解绝对值的代数意义和几何意义； ②能运用绝对值的意义求一个有理数的绝对值； ③已知一个有理数的绝对值，会求这个有理数的值。
	在有理数有关概念的教学过程，要适时、适当地渗透数学思想。如：在有理数两种分类标准的对比、相反数概念、绝对值概念、有理数大小比较法则等内容教学中，体现分类思想；借助数轴的教学，体会数形结合思想；在有理数分类、有理数与数轴关系的教学中，渗透集合与对应思想。	
	（6）掌握有理数的加法运算。	①通过实例（如：在一条直线的两次运动，净胜球计算等）探究，了解加法法则的兼容性、合理性； ②通过典型加法运算例子概括加法法则的要点； ③能运用加法法则正确、迅速地进行有理数的加法运算。
	（7）掌握有理数的减法运算。	①通过对具体实例的归纳，理解减法法则，初步了解化归与转化思想； ②能用文字语言、符号语言准确地表述减法法则； ③能运用有理数加、减法法则和加法运算律正确、迅速地进行有理数的加减混合运算。
	（8）掌握有理数的乘法运算。	①通过类比、归纳研究有理数的乘法，了解乘法法则的兼容性与合理性； ②通过典型乘法运算例子概括乘法法则的要点； ③能运用乘法法则正确、迅速地进行有理数的乘法运算。
	（9）掌握有理数的除法运算。	①通过求一个非 0 数的倒数，理解倒数的概念； ②通过对具体实例的归纳，理解除法法则，进一步了解化归与转化思想；

		③能运用有理数乘、除法法则和乘法运算律正确、迅速地进行有理数的除法运算及乘除混合运算。
	（10）理解乘方的意义。	①通过从特殊到一般的抽象过程，引导学生理解乘方、幂、底数、指数的意义； ②了解乘法和乘方，乘方和幂之间的关系； ③能正确读、写“乘方”或“幂”，能清楚辨析乘方的底数和指数，能分清含有幂的形式表示的代数式的运算顺序，并能正确表述； ④能运用乘方的意义正确、迅速地进行有理数的乘方运算。
	（11）掌握有理数的加、减、乘、除、乘方的简单混合运算（以三步以内为主)。理解有理数运算律，能运用运算律简化运算。	①通过有理数运算的例子，掌握有理数运算的顺序； ②能用符号语言准确地表示运算律，并解释定律表达式两侧表示的运算顺序； ③能运用有理数运算法则，用规范的格式书写，正确、迅速地进行有理数的加、减、乘、除、乘方的简单混合运算（以三步以内为主)； ④能运用运算律简化有理数运算，提高有理数混合运算能力。
	（12）能运用有理数的运算解决简单的问题。	①能根据实际的问题列出相应的运算式并能正确地运算； ②能依据算式、运算的结果对简单的实际问题进行定量、定性分析； ③适当控制应用题的难度，借助应用题教学提高学生的阅读能力。
	1.有理数运算是后续所有代数学习的基础，在教学中要注意与小学的同类运算类比与衔接。 2.有理数运算过程重在引导学生理解算理和算法，养成先观察、分析算式的结构特征，建立数感、符号意识，然后再选择简便方法进行计算的解题习惯，优化运算策略。 3.应在每一个恰当的时候，让学生感受有理数运算的封闭性与合理性。	
2．实数	（1）了解平方根、算术平方根的概念，会用根号表示数的平方根、算术平方根。	①通过生活实例引导学生理解算术平方根、被开方数的概念； ②了解平方根、二次方根、开平方的概念； ③能用文字语言和符号语言表述一个非负数的平方根； ④能用文字语言和符号语言正确表示一个非负数的算术平方根； ⑤理解二次根号所代表的运算，理解一个正数的两个平方根之间的关系。
	（2）了解立方根的概念，会用根号表示数的立方根。	①通过具体情境帮助学生了解立方根、开立方、根指数的概念； ②能用文字语言和符号语言正确表示一个数的立方根，并实现二者的相互转化； ③理解三次根号所代表的运算。
	（3）了解乘方与开方互为	①在具体的数的平方与平方数的开平方运算中，了解开平方

	逆运算，会用平方运算求百以内整数的平方根，会用计算器求平方根。	与平方互为逆运算； ②会用平方运算求百以内整数的平方根； ③通过乘方与开方的互逆运算关系，进一步体会化归与转化思想。
	（4）会用立方运算求百以内整数（对应的负整数）的立方根，会用计算器求立方根。	①了解开立方与立方互为逆运算； ②会用立方运算求百以内整数（对应的负整数）的立方根。
	（5）了解无理数和实数的概念，知道实数与数轴上的点一一对应。	①了解无理数和实数的概念，了解数系从有理数扩充到实数的必要性； ②通过正无理数在数轴上的表示引出负无理数，了解无理数与有理数的区别，并与有理数进行类比学习； ③能对实数进行两种正确分类； ④知道实数与数轴上的点一一对应。
	（6）能求实数的相反数与绝对值。	①能求常数（实数）的相反数与绝对值； ②能求字母（实数）的相反数。
	（7）能用有理数估计一个无理数的大致范围。	①熟记$\sqrt{2}\approx1.414$，$\sqrt{3}\approx1.732$； ②能根据要求用有理数估计一个无理数的大致范围； ③能正确比较两个实数的大小； ④通过估算，培养学生估算意识和能力，从而发展数感。
	（8）了解近似数的概念；在解决实际问题中，能用计算器进行近似计算，并会按要求对结果取近似值。	①通过具体实例了解近似数的概念； ②能按要求对结果取近似值； ③能用计算器进行近似计算。
	（9）了解二次根式的概念，借助现实情境了解代数式。	①认识二次根式$\sqrt{a}$（$a\geq0$），用规范格式书写二次根式； ②能用不等式说明：当$a\geq0$时，$\sqrt{a}$在实数内有意义； ③了解$\sqrt{a}\geq0$（$a\geq0$）及$(\sqrt{a})^2=a$（$a\geq0$）的意义； ④了解二次根式的性质$\sqrt{a^2}=a$（$a\geq0$）。
	（10）了解二次根式（根号下仅限于数）乘、除运算法则，会用它们进行有关的简单运算。	①了解二次根式乘、除运算法则的合理性； ②掌握法则操作的步骤； ③能正确、迅速地进行简单二次根式的乘、除运算。
	（11）了解最简二次根式的概念。	①会判断化简的结果是否为最简二次根式； ②在二次根式的运算中，能将运算的结果化为最简二次根式。
	（12）了解二次根式（根号下仅限于数）加、减运算法则，会用它们进行有关的简单运算。	①在具体的二次根式加、减运算中，了解二次根式加、减运算法则的合理性； ②掌握运用法则操作的步骤； ③能综合运用法则进行简单二次根式的混合四则运算； ④能运用多项式相乘（乘法公式）的法则计算有关二次根式

		的问题，理解实数之间可以进行四则运算，理解有理数的运算法则及运算律在实数的范围内的适用性； ⑤二次根式运算顺序教学可以类比实数和有理式的运算。
3．代数式	（1）借助现实情境了解代数式，进一步理解用字母表示数的意义。	①通过分析简单问题中的数量关系，了解代数式的意义； ②通过实施加、减、乘、除和乘方等代数运算，理解用字母表示数的意义，进而理解代数的本质特征； ③在运用符号表示数量关系的过程中，培养抽象概括的思维方法。
	（2）能分析具体问题中的简单数量关系，并用代数式表示。	①能识别代数式，并根据条件用规范的数学符号写出代数式； ②结合简单的实际情境，了解数量关系，并能用字母表示； ③通过用代数式表示数量关系，提升数感与符号意识。
	（3）会求代数式的值；能根据特定的问题查阅资料，找到所需要的公式，并会代入具体的值进行计算。	①在求给定的代数式的值中，了解代数式的值的意义； ②能正确、熟练地对化简后的代数式，进行代入求值运算； ③能对特定问题查阅资料，查找公式，代入求值运算，并对结果进行定量、定性分析。
4．整式与分式	（1）了解整数指数幂的意义和基本性质，会用科学记数法表示数（包括在计算器上表示）。	①通过实例了解同底数幂的乘法运算、幂的乘方运算、积的乘方运算的意义； ②举例说明基本性质的合理性； ③能用文字语言和符号语言准确表述基本性质，归纳基本性质的操作步骤，并能根据题目的结构特征应用基本性质，能顺用、逆用同底数幂的乘法、幂的乘方运算、积的乘方基本性质解决相关问题； ④理解科学记数法的意义； ⑤会用科学记数法表示一个数； ⑥运用字母探求规律和代数式求值时，注意整体思想方法的应用。
	（2）理解整式的概念。	①通过熟悉的实例，体会单项式的系数、次数； ②能概括出文字语言中的数量关系，并用单项式表示； ③能用实例解释单项式的意义； ④能举例说明多项式的项、常数项、多项式的次数； ⑤能概括出文字语言中的数量关系，并用多项式表示； ⑥能依据整式概念对整式进行分类； ⑦能概括出文字语言中的数量关系，并用整式表示。
	（3）掌握合并同类项的法则。	①能依据同类项的意义判定两个单项式是否为同类项； ②能从运算的角度解释合并同类项的意义； ③能运用合并同类项法则正确、迅速地合并同类项。
	（4）掌握去括号的法则。	①能用符号语言、文字语言解释去括号法则； ②能运用去括号法则熟练、准确地化简整式。
	（5）能进行简单的整式加	①理解整式加减运算本质就是掌握合并同类项，了解整式加

	法和减法运算。	减运算的必要性； ②能运用整式加减运算法则和运算律正确、迅速地进行简单的整式的加减运算； ③能用规范的格式书写整式的加减运算过程； ④能用整式加减法解决简单实际问题。
	（6）能进行简单的整式乘法运算（其中多项式相乘仅指一次式之间以及一次式与二次式相乘）。	①能用符号语言解释单项式与单项式、单项式与多项式、多项式与多项式乘法运算法则； ②了解法则的产生过程，体会算理的合理性； ③能归纳法则的操作步骤，熟练准确地进行单项式与单项式、单项式与多项式、多项式与多项式乘法运算，能利用整式运算法则和运算律正确、迅速地进行简单的整式乘法的运算。
	（7）能进行简单的整式除法运算。	①通过实例了解同底数幂的除法运算的意义； ②在运算中了解零指数幂与负指数幂运算的意义，明确规定的合理性； ③能用符号语言解释单项式除以单项式、多项式除以单项式运算法则； ④能归纳法则的操作步骤，熟练准确地进行整式除法运算，能正确、迅速地进行简单的整式除法的运算。
	（8）能推导乘法公式：$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$；$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$；了解公式的几何背景，并能利用公式进行简单计算。	①经历乘法公式的产生过程，能用文字语言准确地表述乘法公式； ②通过简单的图形计算，了解乘法公式的几何背景； ③能运用平方差公式、两数和（差）的平方公式准确地进行运算； ④能灵活运用平方差公式、两数和（差）的平方公式对代数式进行恒等变形及代数式求值； ⑤在乘法公式的产生过程中初步感受从一般到特殊的思想。
	（9）能用提公因式法、公式法（直接利用公式不超过二次）进行因式分解（指数是正整数）。	①举例说明多项式各项的公因式； ②能用提公因式法、公式法（直接利用公式不超过二次）进行因式分解。
	1．在整式的运算与实数的运算类比中，进一步体会类比思想。 2．在去括号与添括号，“多项式×多项式→单项式×多项式→单项式×单项式→同底数幂的乘法”，因式分解与多项式相乘等的对比运算过程中体会化归与转化思想。 3．在解决整式运算与因式分解的问题时，要养成先观察、分析已知式子的结构特征，而后再灵活选用适当方法（或公式）解题的习惯。解决问题过程重在理解算理算法，提高运算能力。	
	（10）了解分式和最简分式的概念。	①能识别给定的代数式是整式还是分式； ②会根据分式有（无）意义列出方程（组）或不等式（组），确定字母的取值范围；

		③会识别一个分式是否为最简分式； ④能用分式表示具有实际背景的问题中的有关数量关系。
	（11）能利用分式的基本性质进行约分和通分。	①通过类比分数的基本性质引导学生掌握分式的基本性质； ②能用文字语言、符号语言解释分式的基本性质； ③了解最简公分母的意义； ④通过类比分数的约分和通分，能用分式的基本性质正确地进行分式的约分和通分运算。
	（12）能进行简单的分式加、减、乘、除运算。	①类比分数运算法则，体会分式运算法则的合理性； ②能用分式加、减、乘、除的运算法则进行简单的分式加、减、乘、除的运算； ③在具体的分式混合运算中，理解分式运算的正确顺序； ④能对分式（不超过两个）进行恒等变换后，求代数式的值。

方程与不等式

内容标准	教学要求	教学建议
1．方程与方程组	（1）掌握等式的基本性质。	①通过具体实例了解方程、一元一次方程的概念； ②通过具体实例了解方程解的概念，能正确检验一个数是否是方程的解； ③掌握等式的基本性质； ④能运用等式的基本性质完成等式的恒等变形，并说明变形所蕴含的算理； ⑤作为解方程依据的等式基本性质（本质是方程同解原理），代数教学中应关注推理能力的培养。
	（2）能解一元一次方程。	①通过具体的实例帮助学生体会移项的意义并会正确地、迅速地移项； ②能按照步骤解数字系数的一元一次方程，要加强“移项”依据教学，为后续说明每个步骤的依据教学奠定基础； ③解方程是程序化过程，教学过程中要注意适时总结解一元一次方程的程序（步骤），并对结构复杂程度不同方程安排相应的固化练习，使解方程成为自动化的操作过程； ④要让学生通过对方程变形是否正确的辨析和结果是否正确的验证，感受方程变形中应该注意的算理算法，提高运算的正确率，体会转化的数学思想。
	（3）能解可化为一元一次方程的分式方程。	①总结分式方程的特征，解释方程有（无）解的意义，理解增根产生的原因，说明验根的必要性； ②掌握可化为一元一次方程的分式方程（方程中的分式不超过 2 个）的解法； ③解分式方程的基本思想是把含有未知数的分母去掉，将分式方程转化为整式方程来解，在解方程的过程中进一步体会“转化”的数学思想方法。

	（4）掌握代入消元法和加减消元法，能解二元一次方程组。	①能通过实例说明二元一次方程、二元一次方程组； ②能区分给定的一元一次方程与二元一次方程，二元一次方程与二元一次方程组； ③通过具体实例理解二元一次方程（组）的解的概念； ④能正确检验一组未知数的值是否为方程（组）的解； ⑤已知一个二元一次方程，能用其中一个未知数表示另一个未知数； ⑥能运用“代入消元法”和“加减消元法”解二元一次方程组，并能说明运算的算理； ⑦能根据题目的特征，灵活选用“代入消元法”或“加减消元法”解二元一次方程组； ⑧解方程组中的本质是“消元”，要在解方程组过程中体会“消元”的目的。而代入消元法在后继的学习中还会经常用到，所以要强化对代入消元法理解与掌握。
	（5）*能解简单的三元一次方程组	①通过具体实例了解三元一次方程组的概念； ②掌握解三元一次方程组过程中化三元为二元的思路； ③会解简单数字系数的三元一次方程组。
	（6）理解配方法，能用配方法解数字系数的一元二次方程。	①通过具体实例了解一元二次方程的概念，能将一元二次方程化为一般形式，并在一般式中识别二次项系数、一次项系数、常数项； ②能在一元二次方程配方过程中，归纳、概括配方法的要点； ③能应用配方法解简单数字系数的一元二次方程； ④配方法是研究二次型问题（二次方程、二次不等式、二次函数）的常用方法，要懂得配方法、数学的化归与转化思想及其所渗透的思维多向性有助于学生思维能力的培养。
	（7）能用公式法解数字系数的一元二次方程。	①通过具体实例操作，了解求根公式的推导过程，感知参数限制条件的必要性； ②解释求根公式中各个字母的意义； ③掌握用公式法解数字系数的一元二次方程，体会求根公式的通用性。
	（8）能用因式分解法解数字系数的一元二次方程。	①说明用因式分解法解一元二次方程的道理； ②掌握用因式分解法解数字系数的一元二次方程； ③能根据一元二次方程结构特征，选择合适的方法解方程。
	（9）经历估计方程解的过程。	①通过具体实例让学生经历“用观察、画图或计算器等手段估计方程的解”的过程； ②能用“观察—检验”法估计方程的解； ③通过具体实例培养估计的意识与能力，发展数感。
	（10）会用一元二次方程根的判别式判别方程是否有实根和两个实根是否相	①理解根的判别式对于判别一元二次方程是否有实根的意义； ②能用根的判别式判断数字系数的一元二次方程根的情况。

	等。	
	（11）*了解一元二次方程的根与系数的关系。	①通过具体实例了解一元二次方程的根与系数的关系； ②能直接写出系数为数字的一元二次方程的两根之和与两根之积。
	（12）能根据具体问题中的数量关系列出方程，体会方程是刻画现实世界数量关系的有效模型。	①能解释应用题的背景材料中“术语”的意义；理解常见的术语——增长率、打折等； ②能在以实际为背景的问题中读懂信息，用文字表示数量关系；并且能根据具体问题中的数量关系列出方程（组），体会方程是刻画现实世界的一个有效的数学模型； ③能用规范的格式完成列方程（组）解应用题的过程； ④能依据方程的解对简单的实际问题进行定量、定性分析； ⑤要重视找等量关系这一过程的练习，提高对实际问题中数量关系的分析和列方程的能力。
	（13）能根据具体问题的实际意义，检验方程的解是否合理。	①能检验方程（组）的解是否符合问题的实际意义； ②能判断用方程（组）解决的实际问题是否有解。
2．不等式与不等式组	（1）结合具体问题，了解不等式的意义。	①能举例解释不等式的意义； ②能区分不等式与方程； ③能举例解释不等式的解与解集的意义； ④通过具体实例了解不等式解集与不等式解的关系； ⑤对一个确定的不等式，能检验某个数是否为该不等式的解； ⑥通过具体实例让学生尝试、检验、探索，初步体会不等式的解与方程的解之间的区别。
	（2）探索不等式的基本性质。	①借助实验的结果，归纳、概括出不等式的基本性质； ②会用数学符号解释不等式的基本性质； ③能运用不等式的基本性质进行不等式的恒等变形。
	（3）能解数字系数的一元一次不等式，并能在数轴上表示出解集。	①会解数字系数的一元一次不等式； ②能总结解数字系数的一元一次不等式的一般步骤，并能说明每个步骤的依据； ③能在数轴上表示出一元一次不等式的解集； ④能用符号语言解释在数轴上表示的一元一次不等式的解集。
	（4）会用数轴确定由两个一元一次不等式组成的不等式组的解集。	①通过具体实例了解不等式组解集的意义； ②能总结由两个简单的一元一次不等式组成的不等式组的求解步骤，并能说明每个步骤的依据； ③会解由两个简单的一元一次不等式组成的不等式组； ④会用数轴确定由两个一元一次不等式组成的不等式组的解集。

	（5）能根据具体问题中的数量关系，列出一元一次不等式，解决简单的问题。	①能解释问题中表示不等关系的“术语”； ②能在以不等式为背景的实际问题中读取信息并用符号表示其数量关系； ③能用规范的格式完成列一元一次不等式解应用题的过程； ④能依据一元一次不等式的解对简单的实际问题进行定量、定性分析； ⑤能根据实际问题的要求确定不等式的解集。
	1．关注不等式与方程的内在联系，类比方程进行不等式的教学，并比较其异同。 2．通过比较不等式（组）的解集与方程（组）的解的异同，渗透集合思想；通过指导学生观察不等式的解集在数轴上的对应范围，渗透数形结合思想；通过在现实问题中建立不等式，渗透模型思想。 3．有实际背景的题目要控制难度，最重要的是帮助学生建立不等意识，学习将实际问题数学化；要鼓励学生寻求解法多样化，某些实际问题也可以用方程、函数等知识解决。(注：一元一次不等式组的应用题不要求)	

函数

内容标准	教学要求	教学建议
1．函数	(1)探索简单实例中的数量关系和变化规律，了解常量、变量的意义。	①能在实际背景或表达式中了解常量、变量的意义； ②会在简单的变化过程中辨别常量和变量； ③会用含一个变量的代数式表示另一个变量。
	（2）结合实例，了解函数的概念和三种表示法，能举出函数的实例。	①通过典型、丰富的实例归纳函数概念，知道“函数”是依赖于“一个变化过程”而存在的； ②在实例中了解自变量、因变量、函数值的概念，能辨别函数表达式中的自变量与因变量，会求函数值； ③结合实例了解函数的三种表示方法（解析式法、列表法、图象法）及其优缺点。
	(3)能结合图象对简单实际问题中的函数关系进行分析。	①通过具体实例了解图象的意义，能从图象中获得有关常量与变量的信息； ②能描述点坐标在实际问题中的意义； ③能用生活情境解释简单的函数图象。
	(4)能确定简单实际问题中函数自变量的取值范围，并会求出函数值。	①能结合问题的实际意义直接写出自变量的取值范围； ②能从简单实际问题或图象信息中找到变化过程的起点和终点直接写出自变量的取值范围； ③会确定表达式中含简单的整式、分式的自变量取值范围(在表达式中最多只有一个分式)； ④会求函数值。
	(5)能用适当的函数表示法刻画简单实际问题中变量之间的关系。	①能从数与形的角度分析简单实际问题中变量之间的关系，并选择适当的方法表示函数关系； ②掌握用描点法画函数图象的基本步骤。

	（6）结合对函数关系的分析，能对变量的变化情况进行初步讨论。	①通过图象和表格中数值的变化规律，对变量的变化情况进行初步讨论； ②结合对函数表达式中数量关系的分析，判断自变量和函数值之间的变化情况。
	教学中要紧扣函数概念本质——“单值对应”关系进行，重视从函数思想角度进行函数概念教学，把静止的表达式（或曲线、表格）看作动态的变化过程，使学生从原来的常量、代数式、方程和算式的静态关系中逐渐过渡到变量、函数这些表示量与量之间的动态关系上，实现学生认识由静态到动态的飞跃。	
2．一次函数	（1）结合具体情境体会一次函数的意义，能画出一次函数的图象；理解正比例函数。	①借助实际问题情景建立一次函数表达式，体会正比例函数和一次函数的意义； ②通过画图实验发现一次函数（正比例函数）的图象是一条直线； ③会用两点法画一次函数（正比例函数）的图象； ④从表达式的区别与联系中，理解正比例函数是一次函数的特例；从表达式与图象中，弄清一次函数与正比例函数的关系。
	（2）能根据已知条件确定一次函数的表达式。会利用待定系数法确定一次函数的表达式。	①能根据实际问题中数量关系直接列出一次函数表达式； ②能根据已知条件运用待定系数法确定一次函数表达式；
	（3）根据一次函数的图象和关系式 $y=kx+b(k\neq0)$ 探索并理解 $k>0$ 和 $k<0$ 时，图象的变化情况。	①通过具体的正比例函数图象，引导学生从“形”的角度理解正比例函数的性质，掌握用图形语言、文字语言和符号语言三种方式表示正比例函数的性质，并能实现三种语言的相互转化，如，“当 $k>0$ 时，y 随 x 的增大而增大”这句话表示三个条件 $k>0$，$x_1<x_2$，$y_1<y_2$”，“当 $k>0$ 时，y 随 x 的增大而增大”与“函数图象从左到右上升”是等价的； ②类比正比例函数，引导学生从“形”的角度理解一次函数的性质，能用图形、文字和符号语言三种方式表示一次函数的性质，并能实现三种语言的相互转化； ③结合图象理解一次函数 $y=kx+b(k\neq0)$ 中 k，b 与图象之间的关系； ④能根据 k，b 的范围画出直线的示意图，并能根据直线位置确定 k，b 的取值范围； ⑤结合图象，从“形”的角度理解函数 $y=kx(k\neq0)$ 图象与函数 $y=kx+b(k\neq0)$ 图象的位置关系（平行，上、下平移 $\lvert b\rvert$ 个单位长度）； ⑥对于给定的直线，能根据平移（只要求上、下平移）求出对应直线的表达式。

	（4）体会一次函数与二元一次方程的关系。	①通过具体实例体会一次函数图象上的每一个点的坐标与二元一次方程的一组解之间的关系； ②通过具体实例理解一次函数交点坐标与二元一次方程组的解之间的关系，能用求二元一次方程组的解的方法求两个一次函数图象的交点坐标。
	（5）能用一次函数解决简单实际问题。	①通过实际情境引导学生能用一次函数刻画某些实际问题中变量之间的关系（若遇到分段函数，不必要求用一个综合的表达式表示）； ②能确定问题情境中函数自变量的取值范围，并画出相应函数的图象； ③根据自变量的实际意义，会求一次函数的值； ④能通过实例结合一次函数的图象对简单实际问题中的函数关系进行分析。
3．反比例函数	（1）结合具体情境体会反比例函数的意义，能根据已知条件确定反比例函数的表达式。	①借助实际问题情境建立反比例函数表达式，体会反比例函数的意义； ②能根据实际问题中的数量关系直接列出反比例函数表达式； ③能用待定系数法确定反比例函数表达式。
	（2）能画出反比例函数的图象，根据图象和表达式 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq0)$ 探索并理解 $k>0$ 和 $k<0$ 时，图象的变化情况。	①通过具体的表达式引导学生选取一定数量的对应点，用描点法画出反比例函数在某一象限内的图象； ②通过具体的反比例函数图象，结合表达式引导学生能从反比例函数表达式取值特征来分析反比例函数图象的特征； ③通过画图实验探索并理解 $k>0$ 或 $k<0$ 时，图象的变化情况，掌握用文字、符号和图形语言三种方式表示反比例函数的性质，并能实现三种语言的相互转化，从“形”与“数”两个角度说明在每一象限内反比例函数的增减性； ④通过具体的反比例函数引导学生根据图象位置确定 $k>0$ 或 $k<0$； ⑤结合反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq0)$ 的图象理解反比例函数表达式中 k 的几何意义。
	（3）能用反比例函数解决简单实际问题。	①能用反比例函数刻画某些实际问题中变量之间的关系； ②能根据实际问题情境画反比例函数的图象； ③能用反比例函数的有关知识对实际问题进行定量、定性分析。
4．二次函数	（1）通过对实际问题的分析，体会二次函数的意义。	借助实际问题情景建立二次函数表达式，了解二次函数的有关概念。
	（2）会用描点法画出二次函数的图象，通过图象了解二次函数的性质。	①通过描点法画图实验发现二次函数的图象是抛物线；解题中会用五点（顶点、对称轴两旁各两点）法画出二次函数的示意图；

<table>
<tr><td rowspan="5"></td><td></td><td>②结合图象特征，从“形”的角度了解二次函数的性质，知道用文字、符号和图形语言三种方式表示二次函数的性质；
③对于给定的抛物线，能根据平移的要求，求出对应抛物线的表达式。</td></tr>
<tr><td>（3）会用配方法将数字系数的二次函数的表达式化为 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式，并能由此得到二次函数图象的顶点坐标，说出图象的开口方向，画出图象的对称轴，并能解决简单实际问题。</td><td>①结合将具体数字系数的二次函数表达式化为 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式的过程，学会用配方法；
②运用配方法求数字系数的二次函数的图象的顶点和对称轴；
③运用配方法求数字系数的二次函数的最大（小）值；
④通过具体二次函数图象了解系数 a，b，c 对二次函数 $y=ax^2+bx+c\ (a\neq0)$ 的图象位置的影响。</td></tr>
<tr><td>（4）会利用二次函数的图象求一元二次方程的近似解。</td><td>①通过画具体二次函数图象与 x 轴的交点，学会确定交点横坐标的近似值；
②通过具体二次函数与一次函数图象，能画出其交点，并确定交点横坐标的近似值；
③通过具体二次函数图象，能通过列表法分析确定相应的一元二次方程的近似解。</td></tr>
<tr><td>（5）* 知道给定不共线三点的坐标可以确定一个二次函数。</td><td>①会用待定系数法求二次函数的表达式；
②依据已知条件的特点，灵活选择二次函数的形式(如一般式、顶点式等)求函数表达式。</td></tr>
<tr><td colspan="2">1．每个具体函数概念的教学都要舍得花时间、花力气，要注意把握其概念的本质，注意概念的形成的教学。
2．明确每个函数研究一般程序“实际问题情境→抽象函数概念→画出函数图象→探索函数性质→解决实际问题”，知道函数性质研究的内容：自变量取值范围、函数的图象、函数的增减性等；懂得函数性质研究 “三步曲”——画函数图象，观察归纳特征，用数学语言描述性质。
3．重视函数图象的直观作用，注重数形结合思想在探索函数性质等探究性学习中的应用，设置一些由函数图象分析实际问题数量关系的练习。
4．引导学生从函数的观点出发理解函数与方程（组）、不等式之间的关系，借助方程（组）、不等式等工具解决函数的问题；同时从“数”和“形”两个方面审视方程（组）、不等式，理解图象与坐标轴的交点、图象与图象的交点、何时函数值大于零或小于零等意义。
5．认识函数图象上点的坐标满足该函数的表达式，坐标满足函数表达式的点在该函数图象上。
6．通过具体实例引导学生在探究反比例函数的图象和性质的过程中，关注一次函数图象与反比例函数图象之间的差异性：图象由一条到两支，形态由“连续”到“间断”，与坐标轴的关系由相交到渐近。
7．注意在函数教学的不同阶段，应有不同的要求，并螺旋上升。例如在一次函数教学中，重点引导学生积累研究函数的一般经验；在反比例函数教学中，关注用“数”释“形”，以“形”</td></tr>
</table>

	表“数”；在二次函数的教学中，提升学生对含字母系数的函数表达式的理解。

图形与几何

图形的性质

内容标准	教学要求	教学建议
1．点、线、面、角	（1）通过实物和具体模型，了解从物体抽象出来的几何体、平面、直线和点等。	①能在具体的实物中识别相应的体、面、线、点； ②能在平面中按要求画出线、点； ③注意揭示几何概念的抽象性特点，引导学生从现实具体物体中抽象、归纳出几何图形、立体图形、平面图形、体、面、线、点等基本的几何概念； ④让学生体验立体图形与平面图形的相互转化。
	（2）会比较线段的长短，理解线段的和、差，以及线段中点的意义。	①能用刻度尺量出线段的长短； ②会使用圆规比较线段的长短（只要求学生能完成作图即可，不要求写出作法，但可以鼓励学生用文字语言或符号语言表述作图过程）； ③理解线段的和、差与线段延长线的关系，并能用符号语言表示； ④能用符号语言、图形语言表示一条线段的中点； ⑤会结合图形找出（或判断）一条线段的中点； ⑥会求解线段中有关中点的简单问题。
	（3）掌握基本事实：两点确定一条直线。	①正确画出过两点的直线； ②理解点与直线的位置关系； ③能用符号语言表示直线； ④理解射线、线段的意义，能用符号语言表示射线、线段；

		⑤能画出两条直线相交的图形； ⑥能在图上找出直线相交的交点，并能用字母表示； ⑦清楚“确定”的含义有两方面：存在性与唯一性； ⑧能正确应用“两点确定一条直线”解释生活中的有关现象。
	（4）掌握基本事实：两点之间线段最短。	①体验基本事实的真实性与合理性； ②能用图形语言表示基本事实“两点之间线段最短”。
	（5）理解两点间距离的意义，能度量两点间的距离。	①能用符号语言、图形语言解释、表述“两点间距离”； ②能用刻度尺度量两点之间的距离。
	（6）理解角的概念，能比较角的大小。	①通过类比直线、射线、线段，进行角的教学； ②能用符号语言表示一个角； ③会用量角器画指定度数的角； ④能用适当的方法比较角的大小（如度量法、叠合法等）； ⑤结合图形，理解角的和、差，并能用符号语言表示； ⑥能用符号语言、图形语言表述角的平分线； ⑦会结合图形画出（或判断）角的平分线。
	（7）认识度、分、秒，会对度、分、秒进行简单的换算，并会计算角的和、差。	①正确读、写不同单位的角； ②能正确进行角的单位换算； ③能正确进行角的和、差的运算，如果是角的度数乘以（或除以）一个数，这个数必须是整数； ④角的叠合抽象出一类角的和、差运算的基本构图，教学中要设计适当的问题，加强“图形”与“符号”之间的双向互换训练。
	1．在运动变化过程中理解角的概念，发现角的两种定义之间的一致性。 2．注重与生活的联系，如几何体、点、线段、角等几何概念从生活中抽象，以及两个基本事实在生活实际中的解释和应用。 3．关注与小学学习的衔接，在小学基础上再学习，要避免简单重复。 4．注重规范训练，能根据题意画示意图，能初步使用几何语言有条理地表述简单推断、计算的过程。 5. 重视几何语言的培养和训练，既要按照“实物和模型→几何图形→文字表示→符号语言”的程序进行教学，也应适当关注“符号→文字→图形”的教学过程，促进学生掌握三种语言的应用与转化。	
2. 相交线与平行线	（1）理解对顶角的概念。	①能用图形语言解释对顶角的意义； ②会在图形中找出一个角的对顶角； ③会画一个角的对顶角。
	（2）探索并掌握对顶角相等的性质。	①发现对顶角之间的数量关系； ②能用文字语言、图形语言和符号语言解释性质。
	（3）理解余角和补角的概念。	①能用三种语言解释两角互为余角（补角）； ②发现互余（补）的两个角之间的数量关系； ③会规范地读、写一个角的余角（补角）； ④能计算一个角的余角（补角）；

		⑤领悟几何证明的规范格式背后所蕴涵的道理，从填空或两步证明开始，由易到难，有序地推进推理教学。
	（4）探索并掌握同角（等角）的余角、补角相等的性质。	①发现同角（等角）的余角、补角之间的数量关系； ②能用文字语言、图形语言和符号语言解释性质。
	（5）理解垂线、垂线段等概念，能用三角尺或量角器过一点画已知直线的垂线。	①会用数量关系刻画同一平面内两直线特殊的位置关系； ②会用符号规范地表示同一平面内两直线垂直的位置关系； ③会识别垂线； ④会在图形中找出垂足； ⑤能熟练运用三角尺、量角器画直角； ⑥能过直线外（上）一点画已知直线的垂线； ⑦理解垂线与垂线段之间的关系； ⑧能用符号语言、图形语言解释垂线段； ⑨能正确运用“垂线段最短”解释生活中的有关现象。
	（6）理解点到直线的距离的意义，能度量点到直线的距离。	①发现“点到直线的距离”与“垂线段”之间的关系； ②能用符号语言、图形语言解释点到直线的距离； ③能度量点到直线的距离。
	（7）掌握基本事实：过一点有且只有一条直线与已知直线垂直。	①体验基本事实的真实性、合理性； ②分析基本事实中的存在性与唯一性。
	（8）识别同位角、内错角、同旁内角。	①能结合图形判断两个角是否为同位角、内错角和同旁内角； ②能用实例说明同位角、内错角和同旁内角之间的差别。
	（9）理解平行线概念。	①通过实例，感受“平行”的存在，认识“平行”是一种位置关系； ②能用三种语言解释“平行”； ③在同一平面内，能将两条不重合的直线的位置关系分为相交、平行两类。
	（10）掌握基本事实：两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，那么这两条直线平行。	①通过实验的方式掌握判定两直线平行的基本事实； ②能用三种语言解释该基本事实。
	（11）掌握基本事实：过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行。	①体验基本事实的真实性与合理性； ②分析基本事实的存在性与唯一性。
	（12）掌握平行线的性质定理：两条平行直线被第三条直线所截，同位角相等。	①通过实验操作的方式得出该性质定理； ②能用三种语言解释定理； ③教学中注意引导学生区分性质和判定。

	*（13）了解平行线性质定理的证明。	①可以通过定理证明，体会反证法的思想； ②根据学情，在教学过程中，可以酌情考虑何时给出该定理的证明。
	（14）能用三角尺和直尺过已知直线外一点画这条直线的平行线。	①能用三角尺和直尺过直线外一点画这条直线的平行线； ②体会其画图的依据。
	（15）探索并证明平行线的判定定理：两条直线被第三条直线所截，如果内错角相等（或同旁内角互补），那么这两条直线平行。	①证明定理； ②通过定理的证明，体会转化的思想； ③能用三种语言解释定理。 ④教学中注意引导学生区分判定和性质。
	（16）探索并证明平行线的性质定理：两条平行直线被第三条直线所截，内错角相等（或同旁内角互补）。	①证明定理； ②能用三种语言解释定理。
	（17）了解平行于同一条直线的两条直线平行。	①体验平行是可以“传递”的； ②能用三种语言表达定理，并能互译。
	1．引导学生通过线段大小的比较，认识垂线段最短，在实际操作过程中感受最小值的唯一性。 2．通过实际的例子或画图理解基本事实的存在性及合理性。 3．注重几何直观教学，能根据文字语言的要求，画出相应的几何图形；能从图形中获取相关信息，初步学会“标识图形”。 4．注意说理过程，重视表达的条理性和规范性，逐步渗透“三段论”的表达格式。 5．本部分教学的一个关键点是让学生理解与相交线、平行线有关的角的知识，体会直线的位置关系是通过有关的角的知识反映出来的。	
3．三角形	（1）理解三角形的概念。	①能正确表述三角形； ②了解等腰（等边）三角形的概念； ③知道可以按边（角）对三角形进行分类。
	（2）理解三角形的内角、外角的概念。	①会根据图形找出三角形的内角与外角； ②会画三角形的外角。
	（3）理解三角形的中线、高线、角平分线的概念。	①教学中应关注线段的中点、垂线、角的平分线与三角形的中线、高线、角平分线的联系； ②能用刻度尺、量角器画三角形的中线、高线、角平分线； ③能用符号语言、图形语言解释三角形的中线、高线、角平分线，会在图形中标识中线、高线、角平分线。
	（4）了解三角形的稳定性。	①能举例说明三角形的稳定性； ②了解三角形的稳定性在生活中的应用。
	（5）探索并证明三角形的内角和定理。	①证明定理（注意与小学学习内容的衔接）； ②通过定理证明，体会平行线的作用；

		③能用三种语言表达定理，并能互译； ④引导学生利用三角形的内角和定理构建方程解决问题。
	（6）掌握三角形的内角和定理的推论：三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和。	①能用三种语言表达定理，并能互译； ②注意分析该推论的作用：实现内角与外角的转化。
	（7）证明三角形的任意两边之和大于第三边。	①能用三种语言表达定理，并能互译； ②理解该定理的原理。
	（8）理解全等三角形的概念，能识别全等三角形中的对应边、对应角。	①能根据图形直观解释“形状”、“大小”与“重合”等意义； ②能用实验的方式验证两个图形是否全等； ③能在全等三角形的图形中找出对应点、边、角，并能正确地表述。
	（9）掌握基本事实：三边分别相等的两个三角形全等。	①通过实验，体验“三边分别相等的两个三角形全等”的真实性； ②能区别基本事实的条件、结论； ③结合图形，用符号语言表述基本事实，并能运用； ④全等判定的起始课，要引导学生探索：在三角形全等定义中要求的六要素对应相等中选择部分要素对应相等，简捷地判定两个三角形全等，并由此得出分类研究的方向，为后续学习积累经验。
	（10）掌握基本事实：两边及其夹角分别相等的两个三角形全等。	①通过实验，体验“两边及其夹角分别相等的两个三角形全等”的真实性； ②能区别基本事实的条件、结论； ③能用符号语言解释夹角的意义，并能在图形中正确地识别； ④结合图形，用符号语言表述基本事实，并能运用； ⑤利用反例（图形）让学生直观地判断命题“SSA”的错误，并体会反例的作用。
	（11）掌握基本事实：两角及其夹边分别相等的两个三角形全等。	①通过实验，体验“两角及其夹边分别相等的两个三角形全等”的真实性； ②能区别基本事实的条件、结论； ③能用符号语言解释夹边的意义，并能在图形中正确地识别； ④结合图形，用符号语言表述基本事实，并能运用。
	（12）证明定理：两角分别相等且其中一组等角的对边相等的两个三角形全等。	①能结合图形用符号语言解释“两角分别相等” “且其中一组等角的对边相等”的意义； ②能区别定理的条件、结论； ③证明定理。

	（13）探索并证明角平分线的性质定理：角平分线上的点到角两边的距离相等；反之，角的内部到角两边距离相等的点在角的平分线上。	①通过实验，理解定理的存在性； ②能根据题意，画出图形，并用符号语言表示已知和求证； ③能用图形语言、符号语言解释“点”和“距离”的意义； ④体会辅助线在证明中的作用； ⑤证明定理。
	（14）理解线段垂直平分线的概念。	①能用图形语言、符号语言解释一条线段被其垂直平分线垂直平分； ②从位置关系和数量关系两个方面理解“垂直平分”。
	（15）探索并证明线段垂直平分线的性质定理：线段垂直平分线上的点到线段两端的距离相等；反之，到线段两端距离相等的点在线段的垂直平分线上。	①通过实验，理解定理的存在性； ②能根据题意，画出图形，并用符号语言表示已知和求证； ③能用图形语言、符号语言解释“点”和“距离”的意义； ④体会辅助线在证明中的作用； ⑤证明定理。
	（16）了解等腰三角形的概念。	了解等腰三角形的有关概念，并能结合图形，识别等腰三角形的底边与腰、底角与顶角。
	（17）探索并证明等腰三角形的性质定理：等腰三角形的两底角相等；底边上的高线、中线及顶角平分线重合。	①经历实验、猜测、论证的过程获取定理； ②证明定理； ③分析定理“等腰三角形的两底角相等”的意义：常用于证明等角问题。
	（18）探索并掌握等腰三角形的判定定理：有两个角相等的三角形是等腰三角形。	①发现辅助线（三角形的高线、中线、角平分线等）在证明中作用； ②应用定理分析问题、解决问题； ③在该定理证明的教学中，要引导学生分析、思考，并根据证明的方向，构造出基本图形，以此积累经验。
	（19）探索等边三角形的性质定理：等边三角形的各角都等于 60°。	①了解等边三角形与非等边的等腰三角形之间的关系，体会从一般到特殊的研究方法； ②能结合图形用符号语言说明性质定理。
	（20）探索等边三角形的判定定理：三个角都相等的三角形（或有一个角是 60°的等腰三角形）是等边三角形。	①能区分判定定理的条件、结论； ②发现这两个定理之间的联系和区别； ③运用等边三角形的判定定理分析问题、解决问题。
	（21）了解直角三角形的概念。	①在三角形的分类中了解直角三角形； ②会用符号表示直角三角形。
	（22）探索并掌握直角三角形的性质定理：直角三角形的两个锐角互余。	①结合图形，用符号语言表示该定理； ②证明定理。

	（23）探索并掌握直角三角形的性质定理：直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半。	①结合图形，用符号语言表示该定理； ②证明定理。
	（24）掌握有两个角互余 的三角形是直角三角形。	①结合图形,用符号语言表示该结论;； ②运用该结论解决具体问题。
	（25）探索勾股定理。	①经历观察、猜想、验证、论证的过程探索勾股定理； ②能用文字语言、符号语言表述勾股定理； ③通过定理证明，体会其中所蕴含的重要数学思想（如：“数形结合”、“化归与转化”）； ④分析勾股定理的作用（线段计算的重要方法）； ⑤教学过程中，应关注数学文化的渗透。
	（26）探索勾股定理的逆定理。	①经历观察、猜想、验证、论证的过程探索勾股定理的逆定理； ②能用文字语言、符号语言表述勾股定理的逆定理； ③熟记一些常用勾股数； ④能运用定理进行计算、证明； ⑤理解用“数”刻画“形”的方法，渗透数形结合思想。
	（27）能运用勾股定理及其逆定理解决一些简单的实际问题。	①运用勾股定理进行线段计算，体现方程的思想； ②通过具体实例，运用勾股定理及其逆定理解决一些简单的实际问题。
	（28）探索并掌握判定直角三角形全等的“斜边、直角边”定理。	①通过实验，体验“斜边和一条直角边分别相等的两个直角三角形全等”的真实性； ②能区别定理的条件、结论； ③结合定理分析“HL”中“H”和“L”的具体意义。
	（29）了解三角形重心的概念。	了解重心的概念，知道三角形重心是各边中线的交点。
	1．在等腰三角形有关概念的教学中渗透分类思想。 2．在角平分线、线段垂直平分线教学中适当渗透集合的思想，从集合的角度理解角的平分线和线段的垂直平分线。 3．注重辅助线的教学，理解辅助线的意义以及生成，学会添加三角形“特定线段”（高、中线、角平分线）的技能。 4．通过分析—综合法的引导，进一步培养学生的逻辑推理能力。 5．在几何教学中要关注用代数方法解决几何问题，选取合适的素材逐步渗透数形结合的思想。	
4．四边形	（1）了解多边形的定义、多边形的顶点、边、内角、外角、对角线等概念。	①能结合图形识别多边形的顶点、边、内角、外角、对角线，并能正确的表述； ②了解多边形中过一个顶点的对角线条数及所分成的三角形个数。

	（2）探索并掌握多边形内角和与外角和公式。	①能用符号语言表述多边形内角和与外角和公式； ②推导多边形内角和与外角和公式； ③应用多边形的内角和与外角和公式解决简单问题。
	（3）理解平行四边形的概念。	①能用符号表示平行四边形； ②能在图形中识别平行四边形的对边、对角、对角线； ③正确理解平行四边形概念，并能在具体的推理中运用其概念。
	（4）理解矩形的概念及与平行四边形的关系。	①理解矩形与平行四边形之间的关系； ②正确理解矩形概念，并能在具体的推理中运用其概念。
	（5）理解菱形的概念及与平行四边形的关系。	①理解菱形与平行四边形之间的关系； ②正确理解菱形概念，并能在具体的推理中运用其概念。
	（6）理解的正方形概念及与平行四边形、矩形、菱形之间的关系。	①理解正方形与平行四边形、矩形、菱形之间的关系； ②正确理解正方形概念，并能在具体的推理中运用其概念。
	（7）了解四边形的不稳定性。	①通过实例，了解四边形的不稳定性； ②应用四边形的不稳定性解释生活中的有关现象。
	（8）探索并证明平行四边形的性质定理：平行四边形的对边相等、对角相等、对角线互相平分。	①经历观察、实验、猜想、论证的过程探索平行四边形的性质定理，能结合图形，用符号语言表示平行四边形的性质定理； ②证明定理。
	（9）探索并证明平行四边形的判定定理：一组对边平行且相等的四边形是平行四边形；两组对边分别相等的四边形是平行四边形；对角线互相平分的四边形是平行四边形。	①经历观察、实验、猜想、论证的过程探索平行四边形的判定定理，能结合图形，用符号语言表示平行四边形的判定定理； ②证明定理； ③分析、归纳平行四边形的判定需要两个条件。
	（10）了解两条平行线之间距离的意义，能度量两条平行线之间的距离。	①了解两点之间的距离、点到直线的距离、两平行线之间的距离的区别和联系； ②能画出两条平行线之间最短的线段； ③掌握将两条平行线之间距离转化为点到直线的距离的方法，体会化归与转化思想。
	（11）探索并证明矩形的性质定理：矩形的四个角都是直角，对角线相等。	①经历观察、实验、猜想、论证的过程探索矩形的性质定理，能结合图形，用符号语言表示矩形的性质定理； ②证明定理。

	（12）探索并证明矩形的判定定理：三个角是直角的四边形是矩形，对角线相等的平行四边形是矩形。	①经历观察、实验、猜想、论证的过程探索矩形的判定定理，结合图形，用符号语言表示矩形的判定定理； ②证明定理； ③分析、归纳矩形的判定需要三个条件。
	（13）探索并证明菱形的性质定理：菱形的四条边相等，对角线互相垂直。	①通过定理证明，能比较熟练运用将菱形问题转化为用直角三角形或等腰三角形解决的方法，结合图形，用符号语言表示菱形的性质定理； ②证明定理。
	（14）探索并证明菱形的判定定理：四边相等的四边形是菱形，对角线互相垂直的平行四边形是菱形。	①经历观察、实验、猜想、论证的过程探索菱形的判定定理，结合图形，用符号语言表示菱形的判定定理； ②证明定理； ③分析、归纳菱形的判定需要三个条件。
	（15）正方形具有矩形和菱形的一切性质。	①理解正方形与矩形、菱形之间的关系； ②能运用将正方形的问题转化为用矩形、菱形、等腰直角三角形解决的方法； ③结合图形，用符号语言表示正方形的性质定理。
	（16）探索并证明三角形的中位线定理。	①了解三角形的中位线的概念，了解三角形的中线与中位线的区别； ②能在图形中画出中位线、识别中位线； ③证明定理； ④在定理的证明过程中引导学生体会“将三角形问题转化为四边形问题来解决”的策略。
	1．注重利用类比的方法研究各种特殊的平行四边形，并渗透一般与特殊、化归与转化以及分类与整合的思想。 2．理解定义的双重性，了解判定定理与性质定理之间的逻辑关系。 3．定义、性质、判定是研究几何图形的基本内容，有了全等三角形与平行四边形的学习经验，矩形、菱形与正方形的学习可以适当安排课时，设置恰当的问题放手让学生去探究。	
5．圆	（1）理解圆、弧、弦、圆心角、圆周角的概念，了解等圆、等弧的概念。	①结合图形会用符号语言表示圆、圆心、半径、弦、直径、弧、优弧、劣弧、半圆，并概括其要点； ②会用圆规画圆、在圆上能画出半径、直径； ③了解等圆、等弧的概念； ④理解圆、弧、弦、圆心角、圆周角的概念，了解等圆、等弧的概念。
	（2）探索并了解点与圆的位置关系。	①能通过比较“d”与“r”的大小来判别点与圆的位置关系； ②在此过程中体会用“数量关系”刻画“位置关系”的意义以及分类与整合思想的运用。
	*（3）探索并证明垂径定理：垂直于弦的直径平分弦以及弦所对的两条弧。	①能找出圆的对称轴及圆的对称中心； ②掌握数学事实“圆是轴对称图形，任何一条直径所在的直线都是它的对称轴”；

		③经历观察、实验、猜想、论证的过程探索垂径定理； ④了解垂径定理及推论； ⑤应用定理及其推论，解决“平分弧”、“找圆心”等问题； ⑥能从垂径定理中提取基本图形（直角三角形），通过构建方程解决相关问题。
	（4）探索圆心角及其所对弧的关系。	①能在圆上画出圆心角； ②能根据圆上的弦、弧找出对应圆心角； ③能根据圆心角找出对应的弦、弧； ④从旋转对称的角度理解数学事实：“圆是中心对称图形，圆心是其对称中心，而且绕着圆心旋转任意角度都能与本身重合”和“同圆或等圆中，两个圆心角、两条弧、两条弦中有一组量相等，它们所对应的其余各组量也相等”。
	（5）探索圆周角及其所对弧的关系。	①能在图形中正确识别圆周角； ②能在圆上画出圆周角； ③能根据圆上的弦、弧找出一个圆周角； ④能根据圆周角找出对应的弦、弧； ⑤理解圆周角与圆心角及其所对弧的关系。
	（6）了解并证明圆周角定理及其推论：圆周角的度数等于它所对弧上的圆心角度数的一半；直径所对的圆周角是直角；90°的圆周角所对的弦是直径；圆内接四边形的对角互补。	①结合图形会用符号语言表示圆周角定理及其推论； ②证明定理； ③了解圆内接四边形的概念。
	（7）知道三角形的内心。	①知道内切圆的意义； ②了解内心的概念； ③能画出三角形的内心； ④能画出一个三角形的内切圆。
	（8）知道三角形的外心。	①知道外接圆的意义； ②通过探索知道确定一个圆的条件； ③了解外心、外接圆的概念； ④能画出三角形的外心； ⑤能画出三角形的外接圆。
	（9）了解直线和圆的位置关系，掌握切线的概念。	①了解相交、相离的概念； ②能在图形中识别并标记直线和圆的交点； ③掌握相切、切线、切点的概念； ④掌握“当直线运动时”用位置关系进行分类讨论的标准、方法； ⑤能通过比较“d”与“r”的大小来判别直线与圆的位置关系。

	（10）探索切线与过切点的半径的关系，会用三角尺过圆上一点画圆的切线。	①结合图形会用符号语言表示切线的判定定理及性质定理； ②会用三角尺过圆上一点画圆的切线 ③掌握切线的性质定理：圆的切线垂直于过切点的半径； ④掌握切线的判定定理：经过半径外端且垂直于这条半径的直线是圆的切线。
	*（11）探索并证明切线长定理：过圆外一点所画的圆的两条切线长相等。	①了解切线长的定义（注意区别切线和切线长）； ②证明定理，掌握证明该定理所使用的策略和方法； ③切线长定理再次体现了圆的轴对称性，它为证明线段、角、弧相等以及垂直关系等提供了理论依据。
	（12）会计算圆的弧长、扇形的面积。	①了解弧长、扇形的意义； ②能推导，并熟记弧长、扇形面积的计算公式，理解公式中每个字母的含义，并能应用公式进行计算。
	（13）了解正多边形的概念及正多边形与圆的关系。	①识别一个多边形是正多边形； ②能画正三角形、正四边形； ③了解正多边形的中心、半径、中心角、边心距等概念； ④会用量角器、圆规通过等分圆，画正三角形、正方形、正六边形； ⑤了解正多边形的对称性。
	1．注重过程性教学，让学生经历圆周角定理的探索过程，体会分类与整合、特殊与一般、化归与转化等数学思想方法。 2．引导学生通过点与圆、直线与圆的位置关系的学习体会用“数量”刻画“位置”的意义，渗透数形结合及分类与整合的思想方法。 3．教学过程中引导学生体会圆与直线的联系。	
6. 尺规作图	（1）能用尺规完成以下基本作图：作一条线段等于已知线段；作一个角等于已知角；作一个角的平分线；作一条线段的垂直平分线；过一点作已知直线的垂线。	①能看懂作图语句，并能根据基本作图语句进行作图； ②通过教师的示范帮助学生养成良好的作图习惯，所作的图清楚、干净； ③鼓励学生用文字语言或符号语言表述作图过程。
	（2）会利用基本作图作三角形：已知三边、两边及其夹角、两角及其夹边作三角形；已知底边及底边上的高线作等腰三角形；已知一直角边和斜边作直角三角形。	①熟练掌握基本作图，并能利用基本作图作三角形（已知三边、两边及其夹角、两角及其夹边作三角形；已知底边及底边上的高线作等腰三角形；已知一直角边和斜边作直角三角形。） ②了解上述作图跟“确定三角形”之间的关系； ③ 鼓励学生用文字语言或符号语言表述作图过程。
	（3）会利用基本作图完成：过不在同一直线上的三点作圆；作三角形的外接圆、内切圆；作圆的内接正方形和正六边形。	①熟练掌握基本作图，并能利用基本作图完成：过不在同一直线上的三点作圆；作三角形的外接圆、内切圆；作圆的内接正方形和正六边形； ②鼓励学生用文字语言或符号语言表述作图过程。

	（4）在尺规作图中，了解作图的道理，保留作图的痕迹，不要求写出作法。	了解一些尺规作图的问题可以转化为求两个三角形全等的分析方法。
	1．通过尺规作图的教学培养学生动手操作能力。 2．明确作图的依据，深刻体会作图是推理和计算的直观表现。 3．对于尺规作图，了解作图的步骤，保留作图痕迹，并下结论，不要求写出作法、不要求证明，但是应鼓励学生用文字语言或符号语言表述作图过程。 4．了解画图与尺规作图的区别，如：在画图中，可用量角器或三角板画直角。	
7. 定义、命题、定理	（1）通过具体实例，了解定义、命题、定理、推论的意义。	通过具体实例，能识别定义、命题、定理、推论。
	（2）结合具体实例，会区分命题的条件和结论。	①通过具体实例，知道定义、命题、定理、推论是由“题设（条件）”与“结论”组成的； ②会区分命题的题设（条件）和结论； ③能将一个简单的命题改写成“如果……那么……”的形式； ④能写出命题的题设（条件）和结论； ⑤知道判定真命题与假命题的方法。
	（3）了解原命题及其逆命题的概念。	结合已学具体事例了解原命题及其逆命题的概念。
	（4）会识别两个互逆的命题，知道原命题成立其逆命题不一定成立。	通过具体实例，识别两个互逆的命题，知道原命题成立其逆命题不一定成立。
	（5）知道证明的意义和证明的必要性，知道证明要合乎逻辑，知道证明的过程可以有不同的表达形式，会综合法证明的格式。	①用具体的实例说明证明的意义和证明的必要性； ②了解推理的意义； ③知道证明的过程可以有不同的表达形式，会综合法证明的格式。
	（6）了解反例的作用，知道利用反例可以判断一个命题是错误的。	①知道反例的结构：满足题设，但不满足结论； ②对于给定的假命题，能举出反例。
	（7）通过实例体会反证法的含义。	①在简单的实例中体会反证法的含义； ②在简单的实例中能看懂用反证法证明的过程。 （不要求用反证法去证明一个命题是正确的）

图形的变化

1. 图形的轴对称	（1）了解轴对称图形的概念。	①能举例说明轴对称图形、对称轴的概念； ②知道对称轴是一条直线。
	（2）通过具体的实例了解轴对称的概念。	①能用实例说明轴对称图形与两个图形成轴对称的区别与联系； ②了解对称点的意义。

	（3）探索轴对称的基本性质：关于一条直线成轴对称的两个图形中，对应点的连线被对称轴垂直平分。	①通过实例探索轴对称的基本性质，并能归纳、概括其要点； ②结合图形能用符号语言解释轴对称的基本性质； ③能应用轴对称的基本性质分析问题、解决问题。
	（4）能画出简单平面图形（点，线段，直线，三角形等）关于给定对称轴的对称图形。	①能画出图形中特殊点的对称点； ③能画出简单平面图形（点、线段、直线、三角形、四边形）的轴对称图形（不规则的图形应是直线型图形）； ④能按要求画出简单平面图形经过一次轴对称后的图形； ⑤能综合运用轴对称及有关的知识解决“两条线段和的最小值”问题。
	1．通过“最短路径问题”的教学让学生不仅会操作还要能理解“最短”的原理；（在此过程中注意几何直观与演绎推理的结合）。 2．轴对称是全等变换，教学中要引导学生体会“变中不变”的思想。 3．借助信息技术或教具对实际图形进行轴对称变换操作，让学生通过实验，直观得出轴对称变换过程中图形的变化情况，再归纳出轴对称的基本性质。 4．通过具体事例的解决，体会从对称变换的角度寻找分析问题、解决问题的方法。	
2．图形的旋转	（1）通过具体的实例认识平面图形关于旋转中心的旋转。	①了解旋转、旋转中心、旋转角等有关概念； ②了解对应点的意义。
	（2）探索旋转的基本性质：一个图形和它经过旋转所得到的图形中，对应点到旋转中心距离相等，两组对应点分别与旋转中心连线所成的角相等。	①能画出基本图形经过旋转后的图形； ②结合图形能用符号语言表示旋转的基本性质。
	（3）了解中心对称、中心对称图形的概念。	①利用具体图形的分析对比，弄清“中心对称”与“对称中心”两个概念的区别和联系； ②了解对应点的意义。
	（4）探索中心对称的基本性质：成中心对称的两个图形中，对应点的连线经过对称中心，且被对称中心平分。	①能画出一个图形关于对称中心的对称图形。 ②让学生通过对操作、实验等活动的观察，探索归纳中心对称的基本性质； ③结合图形用符号语言表示中心对称的基本性质。
	（5）探索线段、平行四边形、正多边形的性质。	①了解中心对称图形的概念； ②能找出线段、平行四边形等中心对称图形的对称中心。
	（6）认识并欣赏自然界和现实生活中的中心对称图。	①能识别自然界和现实生活中的实例是否是中心对称图形； ②能看出所给的图案是由什么图形旋转而成的。
	（7）运用图形的旋转进行图案的设计。	能通过旋转，将简单的图形组成图案。
	1．类比轴对称图形、轴对称，进行中心对称图形、中心对称的教学。	

	2．旋转是全等变换，教学中要引导学生体会“变中不变”的思想。 3．借助信息技术或教具对实际图形进行旋转操作，让学生通过实验，观察旋转过程中有关图形的变化情况，归纳旋转的基本性质。 4．通过具体事例的解决，从旋转变换的角度寻找分析问题、解决问题的方法。	
3. 图形的平移	（1）通过具体实例认识平移。	①认识生活中具有平移的实例； ②了解在图形之间存在着平移的变换关系； ③认识平移的基本特征、要素。
	（2）探索平移的基本性质：一个图形和它经过平移所得的图形中，两组对应点的连线平行（或在同一条直线上）且相等。	①能用三种语言解释平移变换的基本性质； ②能画出平移后的图形； ③能应用性质进行计算、推理。
	（3）认识并欣赏平移在自然界和现实生活中的应用。	①能识别自然界和现实生活中关于平移的实例； ②能举出具有实际背景的平移实例。
	（4）运用图形的平移进行图案设计。	①能看出所给的图案是由什么基本图形平移而来的； ②能通过平移，将简单的图形组成图案。
	1．平移是全等变换，教学中要引导学生体会“变中不变”的思想。 2．借助信息技术或教具对实际图形进行平移操作，让学生通过实验，观察平移过程中图形的变化情况，归纳平移的基本性质。 3．通过具体事例的解决，从平移变换的角度寻找分析问题、解决问题的方法。	
4. 图形的相似	（1）了解比例的基本性质，成比例的线段，通过建筑、艺术上的实例了解黄金分割。	①结合图形能用符号语言表示比例的基本性质； ②熟练进行比例式与等积式之间的转换； ③通过建筑、艺术上的实例，了解黄金分割的意义。
	（2）通过具体实例认识图形的相似。	①通过典型图例概括相似图形的概念； ②了解相似多边形的概念：对应角相等，对应边成比例的多边形叫相似多边形。
	（3）了解相似多边形和相似比。	①能在两个相似多边形中找出对应角、对应边； ②了解相似比的意义。
	（4）掌握基本事实：两条直线被一组平行线所截，所得的对应线段成比例。	①通过具体图例体验基本事实的真实性、合理性； ②能用三种语言表达定理并能互译； ③能用基本事实进行计算、证明。
	（5）了解相似三角形的判定定理：两角分别相等的两个三角形相似；两边成比例且夹角相等的两个三角形相似；三边成比例的两个三角形相似。*了解相似三角形判定定理的证明。	①通过从一般到特殊的抽象过程，了解相似三角形的概念； ②了解相似三角形与全等三角形之间的关系； ③了解定理“平行于三角形一边的直线截其他两边（或两边的延长线），所得的对应线段的比相等”； ④类比全等三角形的判定定理，学习相似三角形的判定定理； ⑤结合图形能用符号语言表示相似三角形的判定定理。

	（6）了解相似三角形的性质定理：相似三角形对应线段的比等于相似比；面积比等于相似比的平方。	①结合图形能用符号语言表示相似三角形的性质定理； ②会用相似三角形的性质定理进行计算； ③结合具体事例的解决，渗透数形结合、化归与转化的思想。
	（7）了解图形的位似，知道利用位似可以将一个图形放大或缩小。	①了解位似图形、位似中心的意义； ② 识别位似图形，并能找到位似中心。
	（8）会利用图形的相似解决一些简单的实际问题。	①能利用图形的相似解决一些简单的实际问题，如测量物高和河宽等； ②经历“把实际问题抽象成为数学问题—解决数学问题—对得到的结果作实际意义的解析”的过程，感悟建模思想。
	（9）利用相似的直角三角形，探索并认识锐角三角函数（sinA，cosA，tanA），知道 30°、45°、60°角的三角函数值。	①通过具体图例，类比函数“对应变化”的思想，探索“变中不变”的特性，理解锐角三角函数的含义（$\sin A$，$\cos A$，$\tan A$）； ②能正确的表述有关三角函数的符号、表达式； ③准确记忆 30°、45°、60°特殊角的三角函数值。
	（10）会使用计算器由已知锐角求它的三角函数值，由已知三角函数值求它的对应锐角。	①会使用计算器由已知锐角求它的三角函数值，由已知三角函数值求它的对应锐角； ②会根据特殊的三角函数值求它所对应的锐角。
	（11）能用锐角三角函数解直角三角形，能用相关知识解决一些简单的实际问题。	①了解直角三角形的基本元素、解直角三角形的意义； ②应用解直角三角形的知识解决简单的实际问题，并由此体会建模的思想。
	1．让学生体会全等三角形和相似三角形之间特殊与一般的关系。 2．在锐角三角函数的教学中，引导学生将斜三角形转化为直角三角形。 3．能综合运用相似三角形和锐角三角函数的有关知识解决图形与坐标的有关问题。	
5. 图形的投影	（1）通过丰富的实例，了解中心投影和平行投影的概念。	①通过丰富的实例，了解投影、平行投影、中心投影、正投影的意义。
	（2）能画直棱柱、圆柱、圆锥、球的主视图、左视图、俯视图，会判断简单物体的视图，会根据视图描述简单的几何体。	①能画出简单几何体的三视图； ②会判断简单物体的视图； ③会根据视图描述简单的几何体。
	（3）了解直棱柱、圆锥侧面展开图形，能根据展开图想象和制作实物模型。	①知道直棱柱、圆锥的侧面展开图形； ②能根据展开图想象和制作实物模型。
	（4）通过实例，了解上述视图与展开图在现实生	通过制作长方体纸盒等数学活动，了解直棱柱、圆柱、圆锥、球的视图与直棱柱、圆柱、圆锥侧面展开图在生活中

	活中的应用。	的应用。
	1．能画直棱柱、圆柱、圆锥、球的三视图；（组合体中不同类型的几何体不超过两种，同类型的不超过三个）。 2．教学中，只要求知道有关投影的基本知识即可，不要挖掘。	

图形与坐标

1．坐标与图形位置	（1）结合实例进一步体会用有序数对可以表示物体的位置。	①借助实例说明“有序数对”的意义； ②能用“有序数对”表示物体的位置。
	（2）理解平面直角坐标系的有关概念，能画出直角坐标系；在给定的直角坐标系中，根据坐标描出点的位置、由点的位置写出它的坐标。	①通过具体实例，能用符号语言解释横轴、纵轴、原点、坐标、象限的意义； ②能画出直角坐标系，正确标明坐标系的原点、正方向、单位长度； ③理解四个象限和坐标轴上的点坐标具有的特征； ④理解一个点坐标与这个点到横轴、纵轴距离之间的关系； ⑤能正确表述一个点的坐标； ⑥在给定的直角坐标系中，能根据坐标描出点的位置，由点的位置写出它的坐标。
	（3）在实际问题中，能建立适当的直角坐标系，描述物体的位置。	在背景较简单的实际问题中，通过比较选择建立适当的直角坐标系，描述物体的位置。
	（4）对给定的正方形，会选择合适的直角坐标系，写出它的顶点坐标，体会可以用坐标刻画一个简单图形。	①在给定的直角坐标系中，会求特殊四边形的顶点坐标； ②对给定的正方形或矩形，会选择合适的直角坐标系，体会同一个点在不同的坐标系下的不同坐标； ③能在平面直角坐标系中用坐标刻画一个简单图形（直线形）。
	（5）在平面上，能用方位角和距离刻画两个物体的相对位置。	通过具体实例，用方位角和距离刻画物体的位置。
	1．教学时，建议先以网格图为背景求多边形的顶点坐标。 2．教学中，通过让学生用“数”刻画“形”以及用“形”直观地描述“数”来辩证地体会、理解数形结合的思想。	
2．坐标与图形运动	（1）在直角坐标系里，以坐标轴为对称轴，能写出一个已知顶点坐标的多边形的对称图形的顶点坐标，并知道应顶点坐标之间的关系。	①能归纳、概括已知点关于 x 轴或 y 轴对称的点坐标的规律； ②对于直角坐标系里的任一个点的坐标（常数或以字母表示的形式）能写出其关于坐标轴对称的点的坐标； ③能画出简单平面图形关于 x 轴或 y 轴对称的图形。
	（2）在直角坐标系中，能写出一个已知顶点坐标的多边形沿坐标轴方向平移后图形的顶点坐标，并知道对应顶点坐标之间的关系。	①探索平移前后点坐标的变化规律，并能用符号表示； ②能通过图形上点坐标的变化，标出图形平移的方向、求出图形平移的距离。
	（3）在直角坐标系中，探索并了解将一个多边形	①在直角坐标系中，探索并了解将一个多边形依次沿两个坐标轴平移后所得到的图形与原来的图形具有平移关系；

	依次沿两个坐标轴平移后所得到的图形与原来的图形具有平移关系，体会图形顶点坐标的变化。	②经历平移的过程，了解平移前后图形顶点坐标的变化规律。
	（4）在直角坐标系中，探索并了解将一个多边形的顶点坐标（有一个顶点为原点、有一条边在横坐标轴上）分别扩大或缩小相同倍数时所对应的图形与原图形是位似的。	能识别将一个多边形的顶点坐标（有一个顶点为原点、有一条边在横坐标轴上）分别扩大或缩小相同倍数时所对应的图形与原图形是位似的。
	1．教学中，要让学生经历“图形平移、轴对称变化前后各对应点之间的坐标变化规律”的探索过程，并通过探索发现、总结规律，从而体会从特殊到一般的思想。 2．引导学生从数量关系的角度用坐标刻画平移、轴对称，把“形”和“数”紧密地结合在一起，渗透用数量关系刻画空间形式的意识。 3．图形与坐标是“解析法”的一个重要内容，也是初高中衔接的一个素材，教学中不宜将高中知识添加到初中教学中，但在能力层次上应前后衔接，在思想方法上保持一致。	

统计与概率

内容标准	教学要求	教学建议
1. 抽样与数据分析	（1）经历收集、整理、描述和分析数据的活动，了解数据处理的过程；能用计算器处理较为复杂的数据。	①通过具体问题让学生亲历统计活动的过程（提出研究问题，根据要求设计简单的调查问卷收集数据，利用统计图表整理数据和表示数据，通过分析数据作出简单判断），加深对数据的收集、整理、描述、分析的理解，进一步发展数据分析观念； ②通过案例让学生回顾小学已学过的收集、整理、描述数据的常用方法，知道收集数据的方法有：调查、试验、测量、查阅资料等；能用表格、条形图、扇形图、折线图等统计图表直观地表示数据； ③通过案例让学生体会数据分析的作用，能解释统计图表中数据的实际意义； ④要充分发挥计算器的作用，训练和培养学生善于使用计算器处理较为复杂的数据。
	（2）体会抽样的必要性，通过实例了解简单随机抽样。	①结合具体的实际问题情境，让学生感受抽样的必要性，了解全面调查、抽样调查的意义及它们之间的区别； ②通过案例让学生了解总体、个体、样本、简单随机抽样的意义，体会抽样方式的差异对结论的影响；

	（3）会制作扇形统计图，能用统计图直观、有效地描述数据。	①小学阶段学生已认识条形统计图、扇形统计图、折线统计图，并能制作条形统计图、折线统计图表示数据。本学段还要让学生学会计算扇形统计图中各项目所对应扇形的圆心角的度数，会制作扇形统计图直观、有效地表示数据。 ②要指导学生了解各种统计图的特点，并能从统计图表中获取并读懂数据信息。
	（4）理解平均数的意义，能计算中位数、众数、加权平均数，了解它们是数据集中趋势的描述。	①通过熟悉的现实背景引导学生理解平均数、加权平均数、权的意义。让学生能从统计图表中获取信息，计算一组数据的算术平均数以及加权平均数； ②通过设计有意义的话题引入中位数、众数的概念，让学生了解表示集中趋势的统计量（平均数、中位数、众数）之间的区别和联系，并能选择合适的统计量描述一组数据的集中趋势； ③考虑到现实中常用统计图来呈现数据，因此要教会学生能将从统计图表中获取的数据按一定顺序排列，并计算一组数据的中位数、众数。
	（5）体会刻画数据离散程度的意义，会计算简单数据的方差。	①要结合具体情境，让学生体会表示数据离散程度的意义，了解方差的意义，会计算简单数据的方差，能说明方差的大小与数据波动之间的关系； ②要通过不同情境让学生了解集中趋势、离散程度统计量之间的区别和联系，以及它们各自的适用范围，从而在解决实际问题时合理地选择统计量。
	（6）通过实例，了解频数和频数分布的意义，能画频数直方图，能利用频数直方图解释数据中蕴涵的信息。	①通过成绩分布等具体案例让学生了解频数、组距、频数分布、直方图的意义，感受连续分组数据下频数直方图的优点； ②通过实践让学生了解制作频数直方图的步骤，并能画频数直方图； ③让学生从频数分布表和直方图中分析这组数据的分布规律，并解释数据中蕴涵的信息；
	（7）体会样本与总体关系，知道可以通过样本平均数、样本方差推断总体平均数和总体方差。	①通过具体的实例让学生了解样本与总体的关系，并能用样本平均数、样本方差推断总体平均数和总体方差，体会用样本估计总体的思想； ②要通过不同情境让学生了解调查成本与抽样方式对估计精度的影响，感受随机性。

	（8）能解释统计结果，根据结果作出简单的判断和预测，并能进行交流。	①让学生定量、定性分析统计结果，在此基础上作出简单的判断和预测，认识到统计对决策的作用； ②要从学生熟悉的生活中，发现并提出问题，引导学生用统计知识加以解决。要培养学生运用数据进行推断的思考方法，并能根据问题的背景选择合适的方法，而不是单纯地学习名词、计算方法； ③要积极引导学生根据统计结果比较清晰地表达自己的观点，并进行交流，学会“用数据说话”。
	（9）通过表格、折线图、趋势图等，感受随机现象的变化趋势。	①通过数据分析让学生体验统计的随机性； ②通过具体实例让学生感受一些随机现象的规律性。
2 事件的概率	（1）能通过列表、画树状图等方法列出简单随机事件所有可能的结果，以及指定事件发生的所有可能结果，了解事件的概率。	①让学生学生经历“猜测、实验、收集实验数据、分析实验结果”的活动过程，了解不可能事件、必然事件、确定事件的含义，了解随机事件（不确定事件）的意义； ②通过实验与数据分析，让学生体会概率的意义，感受简单随机事件发生概率的大小，建立正确的概率直觉； ③让学生通过列表、画树状图等方法，列出简单随机事件所有可能的结果，以及指定事件发生的所有可能结果； ④通过概率实验，让学生知道任一随机事件 A，其概率 P（A）的取值范围为 0≤P（A）≤1，并会求简单事件（古典概型和可化为古典概型的概型）的概率。
	（2）知道通过大量地重复试验，可以用频率来估计概率。	①通过大量重复实验让学生了解随机事件发生的频率的变化规律，理解频率与概率的联系与区别，知道频率可作为事件发生概率的估计值，进而全面理解概率。 ②鼓励学生使用现代信息技术进行数据计算及模拟实验，处理复杂的数据和图表，引导学生更好地理解随机事件以及随机事件发生的概率； ③频数分布表、扇形图、条形图、直方图都能较好地反映频数、频率的分布情况，要引导学生利用图表所提供的信息估计概率。 ④设计合理的试验，让学生感受随机现象，渗透“统计与概率”的数学思想，使学生明确概率和确定性数学一样，是科学方法，能有效地解决现实世界中的众多问题。

综合与实践

内容标准	教学要求	教学建议
综合与实践	1. 采用合作学习的方式学习。	（1）教师应充分了解学生各方面特长（如研究能力、动手能力等），为学生的分组提供参考意见； （2）组内分工应尽量尊重学生自我选择，尽可能由学生自行协商解

<table>
<tr><td rowspan="6"></td><td></td><td>决，前提是优势互补、扬长避短，尽可能让学生在活动中充当最合适的角色，贡献一定智慧。</td></tr>
<tr><td>2．由学生发现和提出问题。</td><td>（1）尝试以学生为主发现和提出问题，教师适情况提供一些指导意见；
（2）对学生发现和提出的问题，可在研究小组内小范围酝酿，也可以由教师主持进行大范围的研究。</td></tr>
<tr><td>3．由学生设计解决问题方案。</td><td>（1）关键引导让学生充分利用所学数学知识，学会建立模型解决问题，把实际问题变成数学问题；
（2）在设计方案时，注意顺序，要先由个人自我设计，后由小组方案（对比优劣，博采众长）。</td></tr>
<tr><td>4．让学生全程经历问题的解决的实施的过程。</td><td>（1）有别于课堂上教师的直接讲授，必须以学生全程参与为主（当然在实施过程中教师可对问题适当引领）；
（2）学生经历的实践过程应相对完整，应营造氛围，使每个研究小组内有充分交流；
（3）要使学生充分利用所学数学知识，小组中每个学生在实施过程中，既分工又协作。</td></tr>
<tr><td>5．活动成果要有展示和交流。</td><td>（1）在组内交流的基础上，每个研究组应有成果的呈现，形式可多样（比如口头小报告、文字小论文等，展示过程和结果）；
（2）成果的呈现中，重视结果的同时，更要重视过程，要有其他组和老师的评价，通过这些交流活动，让学生学会反思、积累活动经验；
（3）成果的呈现中，在重视结果、过程的同时，还要总结、评价组员作用，让学生有自我实现的感觉，提高学生学习兴趣。</td></tr>
<tr><td colspan="2">1．明确活动的目的是前提。
“综合与实践”的目的是：让学生积累活动经验；培养学生应用意识和创新意识；加深数学内容各分支之间、数学和其他学科之间、数学与学生生活实际之间的综合。学生通过“综合与实践”的学习，使学生得到综合的发展。
2．合适的选题和预设是关键。
“综合与实践”活动的选择和设计要注意三个策略：一要考虑阶段性，不同学段学生的认知水平不同，所接受的数学知识不同，教师应该根据学段目标，合理设计“综合与实践”活动；二要考虑挑战性、实践性，解决与生活经验密切联系的具有一定综合性的问题，重实践、重综合；三要考虑全员性，所选择的课题要使所有的学生都能参与，不同的学生可以通过解决问题的活动，获得不同的体验。选题可以来自教材，也可以由教师、学生共同开发得出，提倡教师自行研制、开发校本课题。
3．正确的活动实施是保证。
一是要放手，让学生自主发现问题与解决问题，教师的指导要适时、适当，要让“综合与实践”的实施成为提高教师和学生素质的互动过程；二是要全程，学生全程参与活动，而不是几个片段的组合；三是要合作，组织好学生之间的合作交流，让每个学生发挥专长，各得其所，共同提高；四是要交流，在关注过程的同时，也应该关注结果的交流和展示；五是把握好活动次数，每学期开展“数学活动”多次，开展“课题学习”的综合与实践活动一至二次；六是精心设计活动形</td></tr>
</table>

	式，不拘泥于课堂，“综合与实践”活动可以在课堂上完成，也可以课内外相结合完成。

三、考试评价

（一）日常学习评价

依据《义务教育数学课程标准（2011 版）》的评价建议，评价的主要目的是全面了解学生数学学习的过程和结果，激励学生学习和改进教师教学，应以课程目标和课程内容为依据，体现数学课程的基本理念，全面评价学生在知识技能、数学思考、问题解决和情感态度价值观等方面的表现。

日常学习评价应以表现性评价的质性评价方式与传统的书面测验的量化评价方式相结合。

1．初中数学学习表现性评价

表现性评价是质性评价的一种，是通过学生完成具有一定真实性的任务来表现学业成就和情感态度的一种评价方式。在数学教学过程中，教师通过设计一些有具体任务的活动，学生需要运用已有的知识、技能进行数学思考、分析和解决问题，通过对活动过程中学生反映出的学业成就和情感态度的真实情况进行观察、记录，并基于学生表现进行评价。活动可以是：参与某个数学活动、解决（回答）某个数学问题、参与一次课堂讨论、档案袋建档与整理等等。

表现性评价作为传统书面测验的量化评价方式的补充，很好地体现了评价的过程性、差异性、发展性和激励性，但需要关注评价内容的水平标准的科学性、评价结果的呈现与反馈的实效性、评价主体的多元化。

依据课程标准的评价建议，从学业成就和情感态度两个维度进行初中数学学习表现性评价。

（1）学业成就表现性评价

学业成就表现水平标准

从基础知识（概念及原理）的认识、基本技能的掌握、数学思考和问题解决能力三个方面设定表现水平标准。

表一：数学基础知识认识的水平标准

水平	标准	
水平 I	直观认识	回忆（识别、再认）：基于概念或原理的直观形象，进行识别或回忆
水平 II	理性认识：初步理解----能领会概念或原理的意义	解释（表征、转换）：能将概念或原理的一种表征方式转换为另一种表征方式（如符号语言、文字语言、图形语言的转换）
		举例：根据概念或原理举出具体例子
		归类（区分）：能判断具体例子是否属于某个概念或者适用某个原理（比如判断一个方程是否一元二次方程）
水平 III	理性认识：深刻理解----	总结（概括）：用一个表述代表已呈现的信息，概括主题或要点
		推断（预测）：从一组事例中发现特征及相互联系，从而抽象出一

<table>
<tr><td rowspan="3"></td><td rowspan="3">理解概念或原理的形成过程，理解其本质内涵及知识间的联系</td><td>个概念或原理或从呈现的信息中，推断出合乎逻辑的结论</td></tr>
<tr><td>比较（对照、比较）：通过对两个或以上的事例进行比较，从而获得一类事例的共同属性或本质属性（如通过对不同位置的角进行分类获得圆周角的概念），或发现两个数学对象之间的对应关系</td></tr>
<tr><td>说明：依据经验或者研究得出，或者从正规的理论中推演，能用一个完整的系统说明概念或原理的来龙去脉。（如证明或推导数学原理）</td></tr>
<tr><td>水平 IV</td><td>直觉认识</td><td>联想（想象）：对概念或原理的认识具有稳定结构，形成几何直观想象或代数模式直观（如在结构模型的变式中能顺利与相应概念或原理建立联系）</td></tr>
</table>

表二：数学基本技能掌握的水平标准

水平	标准
水平 I	按照规则和步骤进行计算、画（作）图、推理、数据处理时，存在错误
水平 II	按照规则和步骤进行正确的计算、画（作）图、推理、数据处理
水平 III	能熟练地按照规则和步骤进行正确的计算、画（作）图、推理、数据处理
水平 IV	能合理选择规则，并按照相应步骤，熟练地进行正确的计算、画（作）图、推理、数据处理

说明：“熟练”可以通过设定完成技能操作所需时间来衡量。

表三：数学思考及问题解决能力的水平标准

水平	标准
水平 I	1．对多数数学问题中的文字语言、符号语言和图形语言不能进行正确转译 2．基本不能根据问题的条件寻找到合理的运算途径，出现多处错误 3．不了解演绎推理的基本规则和方法，表述推理过程中出现逻辑错误 4．不能根据条件正确想象几何图形，基本不能正确分析几何元素之间的关系
水平 II	1．能对多数数学问题中的文字语言、符号语言和图形语言进行正确转译 2．能根据问题的条件，适当地寻找到合理的运算途径，得到正确结果 3．知道演绎推理的基本规则和方法，能基本正确地表述推理过程 4．能根据条件准确想象简单几何图形，知道其中的基本元素及其之间的关系；能理解基本图形的运动、变换 5．能部分正确地将实际情境中的信息直接转化为数学信息，能部分正确地依据已知的基本模型，对简单实际问题进行解释； 6.会根据具体情境收集数据，并进行简单的数据处理
水平 III	1．能对绝大多数数学问题中的文字语言、符号语言和图形语言进行正确转译 2．能根据问题的条件，设计合理的运算途径，选择简捷运算方法，得到正确结果 3．理解演绎推理的基本规则和方法，并能正确、简明和有条理地表述推理过程 4．能准确想象简单几何图形；能准确刻画基本图形的位置关系、运动变换，能分析其中的基本元素及其关系，能用基本图形的性质揭示复杂图形的性质 5．会根据具体情境收集数据，对数据进行适当的处理；能基于数据对问题进行定量或定性分析 6．能运用基本的数学模型，解决简单实际问题；能依据已知模型，对简单实际问题进行解释或分析 7．能使用观察、尝试、实验、归纳、概括、验证等方式得到猜想和规律
水平	1．能熟练地对数学问题中的文字语言、符号语言和图形语言不能进行正确转译

IV	2．能根据问题的条件，设计合理的运算途径，选择简捷运算方法，得到正确结果 3．掌握演绎推理的基本规则和方法，能正确、简明和有条理地表述推理过程，能根据具体问题选择恰当的推理论证的方法 4．能准确刻画基本图形的位置关系、运动变换，能分析其中的基本元素及其关系；能在复杂图形中区分出目标基本图形，能用基本图形的性质揭示复杂图形的性质；能通过直观想象猜想、构造图形并探索解决问题的方向 5．会根据具体情境收集数据，对数据进行适当的处理；能基于数据对问题进行定量或定性分析，并作出合理的统计决策 6．能根据实际问题，灵活地选择数学模型，并运用求解模型的结果对实际问题进行解释或分析；能在实际情境中发现和提出问题，针对问题建立模型，尝试进行模型验证和完善，并运用模型解决一类问题 7．会运用已有的知识经验，设计并选择最优方案，解决新情境中的数学问题

学业成就评价呈现及反馈

学业成就表现性评价的主体主要是教师，也可根据具体的知识点、技能点或要解决的问题，设置更为清晰的等级量表，指导学生自我评价。如：针对解分式方程的运算技能，表二可具体为：

解分式方程运算技能掌握的水平标准

水平	标准
水平 I	按照规则和步骤解分式方程，但常出现错误
水平 II	按照规则和步骤正确解分式方程
水平 III	能熟练地按照规则和步骤正确解分式方程（按班级平均速度设置是否熟练的标准）
水平 IV	能根据分式方程的结构特征，合理选择规则并按照相应步骤，熟练、正确地解分式方程（按班级平均速度设置是否熟练的标准）

学业成就采用整体评分法，根据水平从 I 到 IV 分别赋分 1—4 分，将评价结果以带有评语的等级分的形式反馈给学生，帮助学生了解自己在基础知识的认识、基本技能的掌握、数学思考和问题解决能力发展上的进步与不足，以明确今后努力的方向。

学业成就表现水平标准可用于学习困难的诊断性评价，也可根据任务设定的综合性用于形成性或总结性评价。

（2）情感态度表现性评价

情感态度的表现性评价既要重视外显行为的观察也要重视内隐行为的了解。

外显行为主要指学生的学习状态，可以以课堂观察的形式进行观察、记录和分析、评价。

·学习状态表现评价量表

表四：数学学习状态评价量表

<table>
<tr><th colspan="2">评价项目</th><th>评价内容</th><th>评价等级
（分 A，B，C，D 四级）</th></tr>
<tr><td rowspan="4">听课</td><td>动作神态</td><td>视觉集中，没有无关动作</td><td></td></tr>
<tr><td>情绪表现</td><td>面部、姿态和语调表情呈现情绪饱满</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">语言反馈</td><td>敢于提问</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>答问积极主动</td></tr>
<tr><td rowspan="2">笔记</td><td>习惯</td><td>主动笔记</td><td></td></tr>
<tr><td>质量</td><td>重点、难点突出，有认知度</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">讨论</td><td>倾听</td><td>倾听他人观点</td><td></td></tr>
<tr><td>表达</td><td>清晰表达本人观点</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">合作</td><td>个人分工</td><td>完成本人分工的任务</td><td></td></tr>
<tr><td>小组协作</td><td>与小组内其他成员良好沟通、协作</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">作业</td><td>完成质量</td><td>按时完成作业，作业质量体现本人的学习水平</td><td></td></tr>
<tr><td>反馈矫正</td><td>及时订正作业中的错误并进行适当总结</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">反思</td><td>意识</td><td>主动反思</td><td></td></tr>
<tr><td>质量</td><td>反思有针对性</td><td></td></tr>
</table>

说明：A:优秀；B:良好；C:一般；D:有待改进

学习状态评价呈现及反馈

学习状态表现性评价的主体应多元：学生自评、互评（组内、组间）、师评等相结合。

学习状态表现性评价采用分项评分法，根据等级从 A 到 D 分别赋分 4—1 分，将评价结果以带有评语的等级分的形式反馈给学生，评语应明确告知学生哪些地方做得好，哪些地方不够，帮助学生了解自己的学习状态，进行有意识地调整。

评价量表可以是对一节课的学习状态的评价，也可以是对一阶段的学习状态的评价，成为形成性或总结性评价的一部分。

也可将某阶段（或学期）若干次使用学习状态评价量表的得分求和或求均值，作为阶段或学期的学习状态得分，成为形成性或总结性评价的一部分。

情感态度内隐行为主要指学生的潜在意识，一部分可通过学习状态体现或印证，一部分需要通过沟通和交流才能了解，可以以问卷访谈的形式进行，问题应围绕对数学学习价值的认识、对数学学习的兴趣和信心、对数学学习过程中克服困难的勇气、毅力等设置，并以问题组的形式考查某一方面的情感态度，避免片面结论。如，对数学学习的兴趣可设置问题：

你喜欢上数学课吗？

你喜欢看数学刊物吗？

你经常留意身边的数学问题吗？

你喜欢和同学讨论数学问题吗？

你喜欢思考难题吗？

你经常努力想更好的方法解决一个数学问题吗？

……

问卷访谈可以每个学期进行一次，以了解学生情感态度的状况及变化，教师在分析问卷访谈结果的基础上结合学习状态评价，以建议的形式反馈给学生。

（3）档案袋评价

档案袋是指由学生在教师的指导下，搜集起来的，可以反映学生的努力情况、进步情况、学习成就等一系列的学习作品的汇集。它展示了学生某一段时间内、某一领域内学业水平的发展。档案袋的形成过程一般由学生和教师共同完成。

档案袋评价的内容

内容是档案袋的核心部分，包括课内学习和课外实践的成果，对课堂学习起到补充、激励的作用。在档案袋材料的收集、整理、平衡、筛选过程中，潜移默化地影响着学生能力和情感态度。其中关注以下几个方面：

A．既包括核心内容，也包括可选内容。核心内容是展示学生的共同基础，可选内容展示学生的个性特点。如作业样本、书面测验的成绩或试卷、教师观察评价的结果、家长评价单等。

B．既包括最好的作品，也应包括有问题的作品；既包括作品的最终版本，也可以包括第一版本和修改版本。如研究报告、观察记录、小制作、小论文、小模型等。每一个作品都应注明日期（完成日期、放入日期），以提供成长过程的证据。

C．对每一作品，都应进行反思：①我从中学到了什么？②我哪方面做得好？③为什么选择这一作品？④我可以如何改进这一作品？⑤对于这一作品的感觉如何？⑥还存在哪些问题？这些可放入反思袋中。

档案袋中的材料可以是多种形式的，包括书面材料、音频或视频材料等。

档案袋评价呈现及反馈

档案袋的评价方式以学生自评、互评为主，老师、家长参评为辅。

评价结果的呈现采用"成长记录内容+评语+等级"的方法。每学期结束前先由学生对自己的成长记录内容进行整理，再分别由学生、同学、家长、教师，依据档案袋提供的材料，用鼓励性的语言描述学习情况（即评语），最后再给予综合评定(即等级)。

2．初中数学学习书面测验

书面测验是考查学生课程目标达成状况的重要方式，也是目前对学生学习进行量化评价的主要手段。合理设计和实施书面测验有助于全面考查学生的数学学业成就，及时反馈

教学成效，不断提高教学质量。

（1）对于基础知识和基本技能达成情况的考查

首先，试题的设计必须准确把握课标中的内容要求，不偏不超。（详见《课程标准》第58页）；

其次，注重考查学生对基础知识的理解，对基本技能所蕴涵的原理的理解，尝试设计出考查学生对知识形成过程的理解的试题。

（2）对于数学能力、数学素养的考查

首先，应关注并体现课程标准的设计思路中提出的几个核心词：数感、符号意识、空间观念、几何直观、数据分析观念、运算能力、推理能力、模型思想、应用意识和创新意识。应设计有针对性的试题，考查学生在不同能力素养上的发展。

其次，重视在新情境下考查学生的数学能力素养。尽量避免陈题，使解答过程不单纯是学生的解题经验、习惯的反映，能真正考查学生是否能运用已学的知识、技能，独立思考，自主分析、解决问题。

尝试设计出能考查学生思维过程的试题。

（二）初中学业水平考试要求

1．命题依据

以《数学课程标准》为指导，以本指导意见为依据，结合福建省初中数学教学实际进行命题。

2．命题原则

（1）导向性：命题应以立德树人为核心，体现义务教育的性质，面向全体学生，关注每个学生的不同发展；坚持《数学课程标准》的理念，落实《数学课程标准》所设立的课程目标，注重能力立意与素养导向，渗透优秀传统文化，关注数学知识的理解和解释，关注数学规则的选择和运用，关注数学问题的发现与解决；促进师生在教学方式、学习方式上的转变，助力推动中学素质教育。

（2）公平性：试题素材、背景应符合学生所能理解的生活现实、数学现实和其他学科现实，考虑城乡学生认知的差异性，避免出现偏题、怪题。

（3）科学性：试卷的命制应严格按照命题的程序和要求进行，有效发挥各种题型的功能，保持测量目标与行为目标一致，避免出现知识性、技术性、科学性错误。

（4）基本性：命题应突出基本知识、基本技能、基本思想、基本活动经验的考查，注重对数学问题解决的通性通法的考查，注重考查学生对其中所蕴含的数学本质的理解，关注学生学习数学过程与结果的考查。

（5）发展性：命题应突出对学生数学思考能力、解决问题能力和数学素养的发展性评价，重视反映数学思想方法、数学探究活动的过程性评价，注重对学生的应用意识和创新意识的

考查，提倡评价标准多样化，促进学生的个性化发展。

3．考试范围

《数学课程标准》（7—9 年级）中：数与代数、图形与几何、统计与概率、综合与实践四个部分的内容。凡是《数学课程标准》中标有*的选学内容和借助计算器进行操作的内容，不作为考试要求。

4．内容目标

（1）基础知识与基本技能考查的主要内容

了解数产生的意义，理解代数运算的意义、算理，能够合理地进行基本运算与估算；能够在实际情境中有效地应用代数运算、代数模型及相关概念解决问题；能够借助不同的方法探索几何对象的有关性质；能够使用不同的方式表达几何对象的大小、位置与特征；能够在头脑里构建几何对象，进行几何图形的分解与组合，能对某些图形进行简单的变换；能够借助数学证明的方法确认数学命题的正确性；正确理解数据的含义，能够结合实际需要有效地表达数据特征，会根据数据结果作合理的预测；了解概率的涵义，能够借助概率模型、或通过设计活动解释一些事件发生的概率。

（2）“数学基本能力”考查的主要内容

数学基本能力指学生在运算能力、推理能力、空间观念、数据分析观念、应用意识、创新意识等方面的发展情况，其内容主要包括：

①运算能力：主要是指能够根据法则和运算律正确地进行运算的能力。

②推理能力：凭借经验和直觉，通过观察、尝试、归纳、类比等活动获得数学猜想，并能进一步从已有的事实和确定的规则出发，按照逻辑推理的法则进行证明和计算。

③空间观念：主要指能依据语言的描述画出图形，懂得描述图形的运动和变化，并利用图形描述和分析问题，研究基本图形性质。

④数据分析观念：指会收集、分析数据，并根据数据中蕴涵的信息选择合适的方法做出判断，体验随机性。

⑤应用意识：认识到现实生活中蕴含着大量与数量和图形有关的问题可以抽象成数学问题，并有意识利用数学的概念、原理和方法解释现实世界中的现象，解决现实世界中的问题。

⑥创新意识：主要指能发现和提出简单数学问题，初步懂得应用所学的数学知识、技能和基本思想进行独立思考；能归纳概括得到猜想和规律，并加以验证。

（3）“数学基本思想”考查的主要内容

数学基本思想着重考查学生对函数与方程思想、数形结合思想、分类与整合思想、特殊与一般思想、化归与转化思想、统计与概率思想等的领悟程度。

①函数与方程思想

函数思想的实质是抛开所研究对象的非数学特征，用联系和运动变化的观点去分析和研究问题中的数量关系，建立函数模型，并利用函数性质求解函数模型，从而解决问题。方程

思想是分析问题中数量间的等量关系，将所求的量设成未知数，用它表示问题中的其它各量，根据题中隐含的等量关系列方程（组），通过解方程（组）或对方程（组）进行研究，以求得问题的解决。函数与方程是整体与局部、一般与特殊、动态与静止等相互联系的，在一定条件下，它们可以相互转化。

②数形结合思想

数形结合思想就是根据数与形之间的对应关系，通过数与形的相互转化来解决数学问题的思想，包含“以形助数”和“以数辅形”两个方面。其中“以形助数”是指借助形的生动性和直观性来阐明数之间的联系，即以形作为手段，数作为目的。“以数辅形”是指借助于数的精确性和规范严密性来阐明形的某些属性，即以数为手段，形作为目的。

③分类与整合思想

在解某些数学问题时，当被研究的问题包含了多种情况时，就必须抓住主导问题发展方向的主要因素，在其变化范围内，根据问题的不同发展方向，划分为若干部分分别研究。这里集中体现的是由大化小，由整体化为部分，由一般化为特殊的解决问题的方法，其研究的基本方向是“分”，但分类解决问题之后，还必须把它们整合在一起，这种“合—分—合”的解决问题的思想，就是分类与整合思想。

④特殊与一般思想

人们对一类新事物的认识往往是通过对某些个体的认识与研究，逐渐积累对这类事物的了解，逐渐形成对这类事物总体的认识，发现特点，掌握规律，形成共识，由浅入深，由现象到本质，由局部到整体，这种认识事物的过程是由特殊到一般的认识过程。但这并不是目的，还需要用理论指导实践，用所得到的特点和规律解决这类事物中的新问题，这种认识事物的过程是由一般到特殊的认识过程。于是这种由特殊到一般再由一般到特殊反复认识的过程，就是人们认识世界的基本过程之一。数学研究也不例外，这种由特殊到一般，由一般到特殊的研究数学问题的思想，就是数学研究中的特殊与一般思想。

⑤化归与转化思想

化归与转化思想是指在解决数学问题时采用某种手段将问题转化为熟悉的基本问题，进而使问题得到解决的一种解题策略。数学题中的条件与条件、条件与结论之间存在着差异，差异即矛盾，解题过程就是有目的地不断转化矛盾，最终解决矛盾的过程。

⑥统计与概率思想

统计与概率思想包含统计思想与概率思想两个部分。统计思想是指利用统计数据，依据统计问题的要求，得到统计结论。利用统计思想研究问题的一般过程是通过抽取样本，建立统计模型，分析统计数据，作出合理判断，形成尽可能准确的结论。概率思想是通过对随机现象的观察研究发现必然，去研究隐藏在随机现象背后的统计规律，进而理解随机现象。

（4）对考查目标的要求层次

依据数学课程标准，考试要求的知识技能目标分为四个不同层次：了解；理解；掌握；

运用。具体涵义如下：

了解：从具体事例中知道或举例说明对象的有关特征；根据对象的特征，从具体情境中辨认或者举例说明对象。

理解：描述对象的特征和由来，阐述此对象与相关对象之间的区别和联系。

掌握：在理解的基础上，把对象用于新的情境。

运用：综合使用已掌握的对象，选择或创造适当的方法解决问题。

（5）考试内容与要求

数 与 代 数

考试内容			目标水平
（一）数与式	1．有理数	有理数的意义	理解
		用数轴上的点表示有理数	掌握
		比较有理数的大小	掌握
		相反数和绝对值的意义	理解
		求有理数的相反数与绝对值	掌握
		$\|a\|$的含义（这里 a 表示有理数）	了解
		乘方的意义	理解
		有理数的加、减、乘、除、乘方及简单的混合运算(以三步以内为主)	掌握
		有理数的运算律	理解
		用运算律简化运算	**掌握**
		用有理数的运算解决简单的问题	**运用**
	2．实数	平方根、算术平方根、立方根的概念	了解
		用根号表示数的平方根、算术平方根、立方根	理解
		乘方与开方互为逆运算	了解
		用平方运算求百以内整数的平方根	理解
		用立方运算求百以内整数（对应的负整数）的立方根	理解
		无理数和实数的概念	了解
		实数与数轴上的点一一对应	了解
		求实数的相反数与绝对值	掌握
		用有理数估计一个无理数的大致范围	掌握
		近似数	了解
		在解决实际问题中，能按问题的要求对结果取近似值	掌握
		二次根式、最简二次根式的概念	了解
		二次根式（根号下仅限于数）加、减、乘、除的运算法则	了解
		用二次根式（根号下仅限于数）加、减、乘、除运算法则进行有关的简单四则运算	理解
	3．代数式	代数式	了解
		用字母表示数的意义	理解
		分析具体问题中的简单数量关系，用代数式表示	掌握
		求代数式的值	理解
	4．整式与	整数指数幂的意义和基本性质	了解

	分式	用科学记数法表示数	理解
		整式的概念	理解
		合并同类项和去括号的法则	掌握
		进行简单的整式加法和减法运算	掌握
		进行简单的整式乘法运算（其中多项式相乘仅指一次式之间以及一次式与二次式相乘）	掌握
		推导乘法公式：$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$，$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$	掌握
		平方差、完全平方公式的几何背景	了解
		利用平方差、完全平方公式进行简单计算	掌握
		用提公因式法、公式法（直接利用公式不超过二次）进行因式分解（指数是正整数）	掌握
		分式和最简分式的概念	了解
		利用分式的基本性质进行约分和通分	掌握
		进行简单的分式加、减、乘、除运算	掌握
（二）方程与不等式	1．方程与方程组	根据具体问题中的数量关系列出方程	掌握
		等式的基本性质	掌握
		解一元一次方程	掌握
		解可化为一元一次方程的分式方程	掌握
		代入消元法和加减消元法	掌握
		解二元一次方程组	掌握
		配方法	理解
		用配方法、公式法、因式分解法解数字系数的一元二次方程	掌握
		用一元二次方程根的判别式判别方程是否有实根和两个实根是否相等	理解
		根据具体问题的实际意义，检验方程的解是否合理	掌握
	2．不等式与不等式组	不等式的意义	了解
		不等式的基本性质	理解
		解数字系数的一元一次不等式	掌握
		在数轴上表示出一元一次不等式的解集	掌握
		用数轴确定由两个一元一次不等式组成的不等式组的解集	理解
		根据具体问题中的数量关系，列出一元一次不等式，解决简单的问题	掌握
（三）函数	1．函数	常量、变量的意义	了解
		函数的概念和三种表示法	了解
		结合图象对简单实际问题中的函数关系进行分析	掌握
		确定简单实际问题中函数自变量的取值范围	掌握
		求出函数值	理解
		用适当的函数表示法刻画简单实际问题中变量之间的关系	掌握
		结合对函数关系的分析，对变量的变化情况进行初步讨论	掌握
	2．一次函数	根据已知条件确定一次函数的表达式	掌握
		利用待定系数法确定一次函数的表达式	理解
		画出一次函数的图象	掌握
		$k>0$ 和 $k<0$ 时，一次函数 $y=kx+b$ $(k\neq 0)$图象的变化情况	理解
		正比例函数	理解

		一次函数与二元一次方程的关系	掌握
		用一次函数解决简单实际问题	掌握
	3．反比例函数	根据已知条件确定反比例函数的表达式	掌握
		画出反比例函数的图象	掌握
		$k>0$ 和 $k<0$ 时，$y=\frac{k}{x}$ $(k\neq0)$图象的变化情况	理解
		用反比例函数解决简单实际问题	掌握
	4．二次函数	用描点法画出二次函数的图象	理解
		通过图象了解二次函数的性质	了解
		用配方法将数字系数的二次函数的表达式化为 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式	理解
		能根据二次函数表达式得到图象的顶点坐标，开口方向和对称轴，	掌握
		用二次函数解决简单实际问题	掌握
		用二次函数图象求一元二次方程的近似解	理解

图 形 与 几 何

考试内容			目标水平
（一）图形的性质	1．点、线、面、角	从物体抽象出来的几何体、平面、直线和点的认识	了解
		线段长短的比较	理解
		线段的和、差以及线段中点的意义	理解
		基本事实：两点确定一条直线	掌握
		基本事实：两点之间线段最短	掌握
		两点间距离的意义	理解
		两点间距离的度量	掌握
		角的概念	理解
		角的大小的比较	掌握
		度、分、秒的意义，度、分、秒间的换算，角的和、差的计算	理解
	2．相交线与平行线	对顶角、余角、补角等的概念	理解
		对顶角相等、同角（等角）的余角相等，同角（等角）的补角相等的性质	掌握
		垂线、垂线段等的概念	理解
		用三角尺或量角器过一点画已知直线的垂线	掌握
		点到直线的距离的意义	理解
		度量点到直线的距离	掌握
		基本事实：过一点有且只有一条直线与已知直线垂直	掌握
		同位角、内错角、同旁内角的定义	理解
		平行线的概念	理解
		两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，那么两直线平行	掌握
		基本事实：过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行	掌握
		平行线的性质定理：两条平行直线被第三条直线所截，同位角相等	掌握
		用三角尺和直尺过已知直线外一点画这条直线的平行线	掌握

		平行线的判定定理：两条直线被第三条直线所截，如果内错角相等（或同旁内角互补），那么两直线平行	掌握
		平行线的性质定理：两条平行直线被第三条直线所截，内错角相等（或同旁内角互补）	掌握
		平行于同一条直线的两条直线平行	了解
	3．三角形	三角形及其内角、外角、中线、高线、角平分线等的概念	理解
		三角形的稳定性	了解
		三角形的内角和定理	掌握
		三角形的内角和定理的推论：三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和	掌握
		三角形的任意两边之和大于第三边	理解
		全等三角形的概念	理解
		全等三角形中的对应边、对应角的意义	理解
		基本事实：两边及其夹角分别相等的两个三角形全等	掌握
		基本事实：两角及其夹边分别相等的两个三角形全等	掌握
		基本事实：三边分别相等的两个三角形全等	掌握
		定理：两角分别相等及其中一组等角的对边相等的两个三角形全等	掌握
		角平分线的性质定理：角平分线上的点到角两边的距离相等；反之，角的内部到角两边距离相等的点在角的平分线上	掌握
		线段垂直平分线的概念	理解
		线段垂直平分线的性质定理：线段垂直平分线上的点到线段两端的距离相等；反之，到线段两端距离相等的点在线段的垂直平分线上	掌握
		等腰三角形、等边三角形的概念	了解
		等腰三角形的性质定理：等腰三角形的两底角相等；底边上的高线、中线及顶角平分线重合	掌握
		等腰三角形的判定定理：有两个角相等的三角形是等腰三角形	掌握
		等边三角形的性质定理：等边三角形的各角都等于 60°	掌握
		等边三角形的判定定理：三个角都相等的三角形（或有一个角是 60°的等腰三角形）是等边三角形	掌握
		直角三角形的概念	了解
		直角三角形的性质定理：直角三角形的两个锐角互余，直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半	掌握
		直角三角形的判定定理：有两个角互余的三角形是直角三角形	掌握
		勾股定理及其逆定理	掌握
		运用勾股定理及其逆定理解决一些简单的实际问题	运用
		判定直角三角形全等的“斜边、直角边”定理	掌握
		三角形重心的概念	了解
	4．四边形	多边形的定义，多边形的顶点、边、内角、外角、对角线等的概念	了解
		多边形内角和与外角和公式	掌握
		平行四边形、矩形、菱形、正方形等的概念以及它们之间的关系	理解

		四边形的不稳定性	了解
		平行四边形的性质定理：平行四边形的对边相等、对角相等、对角线互相平分	掌握
		平行四边形的判定定理：一组对边平行且相等的四边形是平行四边形；两组对边分别相等的四边形是平行四边形；对角线互相平分的四边形是平行四边形	掌握
		两条平行线之间距离的意义	了解
		两条平行线之间距离的度量	掌握
		矩形、菱形、正方形的性质定理：矩形的四个角都是直角，对角线相等；菱形的四条边相等，对角线互相垂直；正方形具有矩形和菱形的一切性质	掌握
		矩形、菱形的判定定理：三个角是直角的四边形是矩形，对角线相等的平行四边形是矩形；四边相等的四边形是菱形，对角线互相垂直的平行四边形是菱形	掌握
		三角形的中位线定理	掌握
	5．圆	圆、弧、弦、圆心角、圆周角等的概念	理解
		等圆、等弧的概念	了解
		点与圆的位置关系	了解
		圆周角与圆心角及其所对弧的关系	理解
		圆周角定理及其推论：圆周角的度数等于它所对弧上的圆心角度数的一半；直径所对的圆周角是直角；90°的圆周角所对的弦是直径；圆内接四边形的对角互补	掌握
		三角形的内心和外心的意义	了解
		直线和圆的位置关系	了解
		切线的概念	掌握
		切线与过切点的半径的关系	掌握
		用三角尺过圆上一点画圆的切线	理解
		圆的弧长、扇形的面积的计算	理解
		正多边形的概念及正多边形与圆的关系	了解
	6．尺规作图	基本作图：作一条线段等于已知线段；作一个角等于已知角；作一个角的平分线；作一条线段的垂直平分线；过一点作已知直线的垂线	掌握
		利用基本作图作三角形：已知三边、两边及其夹角、两角及其夹边作三角形；已知底边及底边上的高线作等腰三角形；已知一直角边和斜边作直角三角形	理解
		利用基本作图完成：过不在同一直线上的三点作圆；作三角形的外接圆、内切圆；作圆的内接正方形和正六边形	理解
		尺规作图的道理（保留作图的痕迹，不要求写出作法）	了解
	7. 定义、命题、定理	定义、命题、定理、推论的意义	了解
		命题的条件和结论的意义	理解
		原命题及其逆命题的概念	了解
		两个互逆的命题的识别	理解
		原命题成立，其逆命题不一定成立	了解
		证明的意义和证明的必要性，证明要合乎逻辑，证明的过程可	了解

		以有不同的表达形式	
		综合法证明的格式	理解
		反例的意义及其作用（利用反例判断一个命题是错误的）	了解
		反证法的含义	理解
（二）图形的变化	1．图形的轴对称	轴对称的概念	了解
		轴对称的基本性质：成轴对称的两个图形中，对应点的连线被对称轴垂直平分	理解
		画出简单平面图形（点、线段、直线、三角形等）关于给定对称轴的对称图形	掌握
		轴对称图形的概念	了解
		等腰三角形、矩形、菱形、正多边形、圆的轴对称性质	理解
		自然界和现实生活中的轴对称图形	了解
	2．图形的旋转	平面图形关于旋转中心的旋转的认识	了解
		平面图形关于旋转中心的旋转的基本性质：一个图形和它经过旋转所得到的图形中，对应点到旋转中心距离相等，两组对应点分别与旋转中心连线所成的角相等	理解
		中心对称、中心对称图形等的概念	了解
		中心对称、中心对称图形的基本性质：成中心对称的两个图形中，对应点的连线经过对称中心，且被对称中心平分	理解
		线段、平行四边形、正多边形、圆的中心对称性质	理解
		自然界和现实生活中的中心对称图形	了解
	3．图形的平移	平移的认识	了解
		平移的意义及其基本性质：一个图形和它经过平移所得的图形中，两组对应点的连线平行（或在同一条直线上）且相等	理解
		平移在自然界和现实生活中的应用	了解
		运用图形的轴对称、旋转、平移进行图案设计	运用
	4．图形的相似	比例的基本性质、线段的比、成比例的线段	了解
		建筑、艺术上的黄金分割	了解
		图形相似的认识	了解
		相似多边形和相似比	了解
		基本事实：两条直线被一组平行线所截，所得的对应线段成比例	掌握
		相似三角形的判定定理：两角分别相等的两个三角形相似；两边成比例且夹角相等的两个三角形相似；三边成比例的两个三角形相似	了解
		相似三角形的性质定理：相似三角形对应线段的比等于相似比；面积比等于相似比的平方	了解
		图形的位似，利用位似可以将一个图形放大或缩小	了解
		利用图形的相似解决一些简单的实际问题	理解
		锐角三角函数（sinA，cosA，tanA）	理解
		30°，45°，60°角的三角函数值	了解
		使用参考数据由已知锐角求它的三角函数值，由已知三角函数值求它的对应锐角	掌握
		用锐角三角函数解直角三角形，能用相关知识解决一些简单的实际问题	掌握

	5．图形的投影	中心投影和平行投影等的概念	了解
		画直棱柱、圆柱、圆锥、球的主视图、左视图、俯视图	理解
		简单物体视图的判断	掌握
		根据视图描述简单的几何体	理解
		直棱柱、圆柱、圆锥的侧面展开图	了解
		根据展开图想象实物模型	掌握
		视图与展开图在现实生活中的应用	了解
（三）图形与坐标	1．坐标与图形位置	用有序数对表示物体的位置	理解
		平面直角坐标系的有关概念	理解
		画出直角坐标系；在给定的直角坐标系中，根据坐标描出点的位置、由点的位置写出它的坐标	掌握
		建立适当的直角坐标系，描述物体的位置	掌握
		对给定的正方形，选择适当的直角坐标系，写出它的顶点坐标	理解
		在平面上，用方位角和距离刻画两个物体的相对位置	掌握
	2．坐标与图形运动	在直角坐标系中，以坐标轴为对称轴，写出一个已知顶点坐标的多边形的对称图形的顶点坐标	掌握
		在直角坐标系中，以坐标轴为对称轴，对称点坐标之间的关系	了解
		在直角坐标系中，写出一个已知顶点坐标的多边形沿坐标轴方向平移后图形的顶点坐标	掌握
		在直角坐标系中，一个点沿坐标轴方向平移后的坐标与原坐标之间的关系	了解
		在直角坐标系中，将一个多边形依次沿两个坐标轴方向平移后所得到的图形与原来的图形具有平移关系，对应点的坐标平移关系	了解
		在直角坐标系中，将一个多边形的顶点坐标（有一个顶点为原点、有一个边在横坐标轴上）分别扩大或缩小相同倍数时所对应的图形与原图形是位似的	了解

统 计 与 概 率

考试内容		目标水平
（一）抽样与数据分析	数据处理	了解
	简单随机抽样	了解
	制作扇形统计图	理解
	用统计图直观、有效地描述数据	掌握
	平均数的意义	理解
	计算中位数、众数、加权平均数	掌握
	中位数、众数、加权平均数是数据集中趋势的描述	了解
	计算简单数据的方差	理解
	频数和频数分布的意义	了解
	画频数直方图	掌握

	利用频数直方图解释数据中蕴涵的信息	掌握
	通过样本平均数、样本方差推断总体平均数和总体方差	了解
	解释统计结果，根据结果作出简单的判断和预测	掌握
（二）事件的概率	通过列表、画树状图等方法列出简单随机事件所有可能的结果，以及指定事件发生的所有可能结果	掌握
	事件的概率	了解
	可以用大量地重复试验获得频率来估计概率	了解

综 合 与 实 践

1．在实际情境中，会设计具体问题的解决方案，会综合运用所学的数学知识、方法与思想，发现问题、提出问题、建立模型、解决问题，增强应用意识，提高实践能力。
2．在问题情景中，会操作观察、探索发现问题的本质（或性质、或变化规律、或结论），并用数学的语言加以阐述，理解分析问题和解决问题的方法，提高收集分析、提取有用信息解决问题的能力。
3．在问题探求中，了解所学过知识（包括其他学科知识）之间的关联，会从不同角度探求解决问题的途径与方法，掌握知识之间的联系性（即，数学学科之间、数学与其他学科之间、数学与生活之间的联系）及解决问题方法的多样性，发展应用意识，增强创新意识。

5．考试形式

初中数学学业水平考试采用闭卷笔试形式，全卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。

6．试卷难度

根据初中学业水平考试的性质合理安排试题难度结构进行命题。

7．试卷结构

试卷包含选择题、填空题和解答题三种题型，其中选择题约 40 分；填空题约 24 分；解答题约 86 分，题量约 25 题，具体试卷结构见参考试卷。选择题是四选一型的单项选择题；填空题只要求直接填写结果，不必写出计算过程或推证过程；解答题包括计算题、作图题、证明题、应用题等，解答题应写出文字说明、演算步骤、推证过程或按题目要求正确作图。

附录一

题型示例

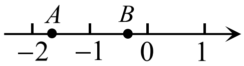
（容易题）1．$(\pi-3)^0$ 等于【B】

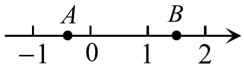
A．0　　　　B．1　　　　C．$\pi-3$　　　　D．$3-\pi$

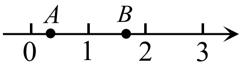
（容易题）2．某市地下调蓄设施的蓄水能力达到 1 40 000 立方米．将 1 40 000 用科学记数法表示应为【B】

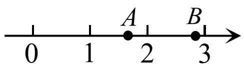
A．14×10^4　　B．1．4×10^5　　C．1．4×10^6　．D．0．14×10^6

（容易题）3．*A*，*B* 是数轴上两点，线段 *AB* 上的点表示的数中，有互为相反数的是【B】

A. 

B. 

C. 

D. 

（容易题）4．$2x^3$ 可以表示为【A】

A．x^3+x^3　　　B．$x^3\cdot x^3$　　　C．$2x\cdot2x\cdot2x$　　　D．$8x$

（容易题）5． 不等式组 $\begin{cases}2x<6,\\ x+1\geq-4\end{cases}$ 的解集是【A】

A．$-5\leq x<3$　　　B．$-5<x<3$　　　C．$x\geq-5$　　　D．$x<3$

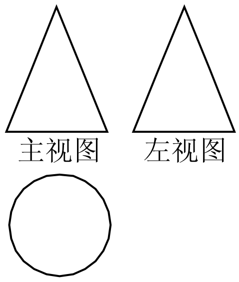
（容易题）6．下列图形中，既是中心对称图形又是轴对称图形的是【C】

A．等边三角形　B．平行四边形　　C．矩形　　　D．正五边形

（容易题）7．如图是一个几何体的三视图，则这个几何体是【A】

A．圆锥　　　　　B．圆柱

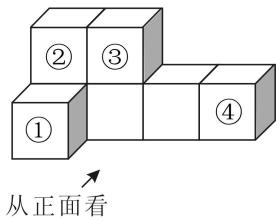
C．三棱锥　　　　D．长方体



第7题

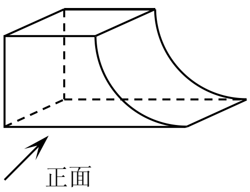
（容易题）8．如图，是由7个大小相同的小正方体堆砌而成的几何体，若从标有①、②、③、④的四个小正方体中取走一个后，余下几何体与原几何体的主视图相同，则取走的正方体是【A】

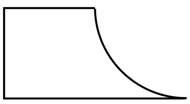
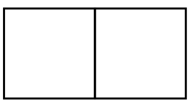
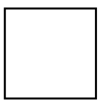
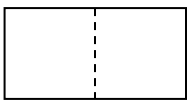
A．①　　　　B．②　　　　C．③　　　　D．④



第 8 题

（容易题）9．如图所示的几何体的俯视图是【B】




A

B

C

D

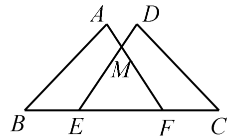
第 9 题

（容易题）10．在端午节到来之前，学校食堂推荐了 A，B，C 三家粽子专卖店，对全校师生爱吃哪家的粽子作调查，以决定最终向哪家店采购．下面的统计量中最值得关注的是【D】

A．方差　　　　B．平均数　　　　C．中位数　　　D．众数

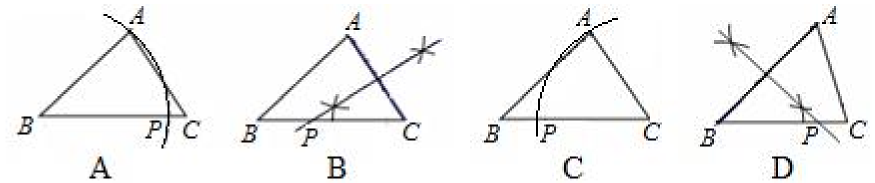
（容易题）11．如图，点 E，F 在线段 BC 上，$\triangle ABF$ 与 $\triangle DEC$ 全等，点 A 与点 D，点 B 与点 C 是对应顶点，AF 与 DE 交于点 M，则 $\angle DEC$＝【D】

A．$\angle B$　　　　B．$\angle A$　　　　C．$\angle EMF$　　　　D．$\angle AFB$



第 11 题

（容易题）12．　$\triangle ABC$ 中，$AB<BC$，用尺规作图在 BC 上取一点 P，使 $PA+PC=BC$，则下列作法正确的是【D】



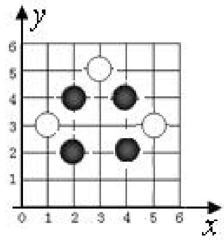
（容易题）13．　如图，是在直角坐标系中围棋子摆出的图案，若再摆放一黑一白两枚棋子，使 9 枚棋子组成的图案既是轴对称图形又是中心对称图形，则这两枚棋子的坐标是【A】

A．黑（3，3），白（3，1）

B．黑（3，1），白（3，3）

C．黑（1，5），白（5，5）

D．黑（3，2），白（3，3）

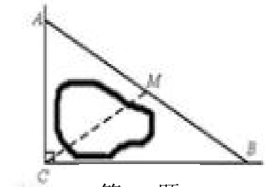


第 13 题

（容易题）14．如图，公路 AC，BC 互相垂直，公路 AB 的中点 M 与点 C 被湖隔开，若测得 AM 的长为 1．2km，则 M，C 两点间的距离为【D】

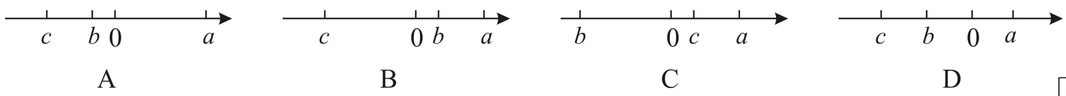
A．0．5km　　　　B．0．6km

C．0．9km　　　　D．1．2km



第 14 题

（容易题）15．已知三个数 a、b、c 的平均数是 0，则这三个数在数轴上表示的位置不可能是【D】



（中等题）16．如图，用十字形方框从日历表中框出 5 个数，已知这 5 个数的和为 5a-5，a 是方框①，②，③，④中的一个数，则数 a 所在的方框是【C】

A．①　　　　B．②

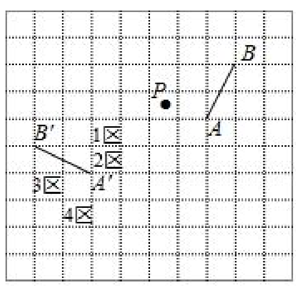
C．③　　　　D．④

第 16 题

（中等题）17．如图，网格纸上正方形小格的边长为1．图中线段 AB 和点 P 绕着同一个点做相同的旋转，分别得到线段 $A'B'$ 和点 P'，则点 P' 所在的单位正方形区域是【D】

A．1区　　　　B．2区

C．3区　　　　D．4区



第 17 题

（中等题）18． 已知△ABC 的周长是 l，$BC=l-2AB$，则下列直线一定为△ABC 的对称轴的是【C】

A．△ABC 的边 AB 的中垂线　　　　　B．∠ACB 的平分线所在的直线

C．△ABC 的边 BC 上的中线所在的直线　　　D．△ABC 的边 AC 上的高所在的直线

（中等题）19．已知甲、乙两个函数图象上部分点的横坐标 x 与对应的纵坐标 y 分别如下表所示．若这两个函数图象仅有一个交点，则交点的纵坐标 y 是【D】

A．0　　　　B．1

C．2　　　　D．3

甲

x	1	2	3	4
y	0	1	2	3

乙

x	−2	2	4	6
y	0	2	3	4

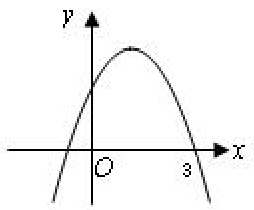
（中等题）20．平面直角坐标系中，已知□$ABCD$ 的三个顶点坐标分别是 A（m，n），B（2，－1），C（－m，－n），则点 D 的坐标是【A】

A．（－2，1）　　B．（－2，－1）　　C．（－1，－2）　　D．（－1，2）

（中等题）21．已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象如图所示，下列结论正确的是【D】

A． $a>0$　　　　B． $c<0$

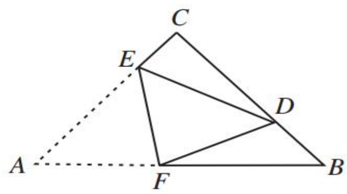
C． $b^2-4ac<0$　　　　D． $a+b+c>0$



第 21 题

（中等题）22． 如图，在△ABC 中，∠ACB＝90°，AC＝BC＝4，将△ABC 折叠，使点 A 落在 BC 边上的点 D 处，EF 为折痕，若 AE＝3，则 $\sin\angle BFD$ 的值为【A】

A． $\dfrac{1}{3}$　　B． $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$　　C． $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$　　D． $\dfrac{3}{5}$

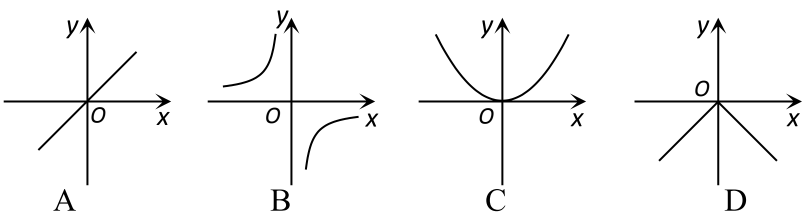


第 22 题

（稍难题）23． 动物学家通过大量的调查估计，某种动物活到 20 岁的概率为 0．8，活到 25 岁的概率为 0．6，则现年 20 岁的这种动物活到 25 岁的概率是【B】

A．0．8　　B．0．75　　C．0．6　　D．0．48

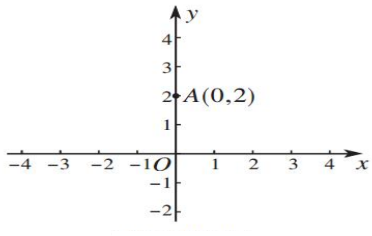
（稍难题）24．已知点 A（－1，m），B（1，m），C（2，m+1）在同一个函数图象上，这个函数图象可以是【C】



A　　B　　C　　D

（稍难题）25． 如图，在平面直角坐标系中，点 A（0，2），在 x 轴上任取一点 M，完成以下作图步骤：①连接 AM，作线段 AM 的垂直平分线 l_1，过点 M 作 x 轴的垂线 l_2，记 l_1，l_2 的交点为 P；②在 x 轴上多次改变点 M 的位置，用①的方法得到相应的点 P，把这些点用平滑的曲线顺次连接起来，得到的曲线是【B】

A．直线 B．抛物线 C．双曲线 D．双曲线的一支



第 25 题

（稍难题）26．设 681×2019－681×2018＝a，2015×2016－2013×2018＝b，$\sqrt{678^2+1358+690+678}=c$，则 a，b，c 的大小关系是【A】

A．$b<c<a$ B．$a<c<b$ C．$b<a<c$ D．$c<b<a$

（容易题）27．计算：$\sqrt{9}-\sqrt[3]{27}=$________．【0】

（容易题）28．分解因式：$mx^2-m=$________．【$m(x+1)(x-1)$】

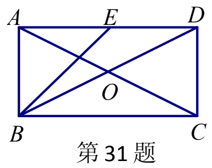
（容易题）29．计算：$\dfrac{3m}{m+1}+\dfrac{3}{m+1}=$________．【3】

（容易题）30．说明命题“$x>-4$，则 $x^2>16$”是假命题的一个反例可以是____________________．

【答案不唯一，如“$0>-4$，而 $0^2<16$”】

（容易题）31．如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 相交于点 O，E 是边 AD 的中点，若 AC＝10，DC＝$2\sqrt{5}$，则∠EBD 的大小约为____________．

（参考数据：tan26°34′≈$\frac{1}{2}$） 【18 度 26 分】



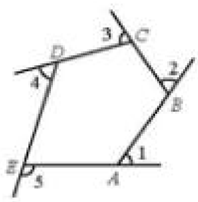
第 31 题

（容易题）32．写出一个 y 关于 x 的二次函数的解析式，且它的图象的顶点在 y 轴上：________．

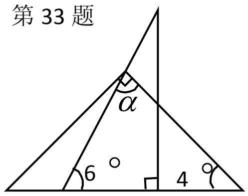
【如 $y=x^2$（只要 $y=ax^2+bx+c$ 中 $a\neq 0, b=0$ 即可）】

（容易题）33．如图是由射线 AB，BC，CD，DE，组成的平面图形，

则∠1+∠2+∠3+∠4+∠5=_____．【360°】


第 33 题

（容易题）34．一个不透明的袋子中有 3 个红球和 2 个黄球，这些球除颜色外完全相同．从袋子中随机摸出 1 个球，这个球是黄球的概率为_____．【$\dfrac{2}{5}$】

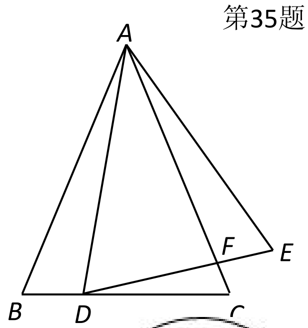


第35题

（容易题）35．如图，将一副三角尺叠放在一起，则图中∠α的度数为____°．【75】

（中等题）36．如图，在△ABC 中，AB=AC，点 D 在边 BC 上，连接 AD，将线段 AD 绕点 A 逆时针旋转到 AE，使得∠DAE=∠BAC，连接 DE 交 AC 于 F．请写出图中一对相似的三角形：_________．（只要写出一对即可）

【如：△AFE∽△DFC，△ABD∽△AEF，△ABD∽△DCF，△ADF∽△ACD，△ABC∽△ADE；】



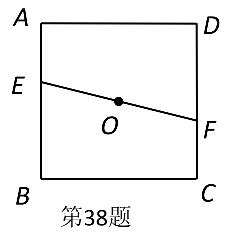
（中等题）37．如图所示的两段弧中，位于上方的弧半径为 r 上，下方的


第 37 题

弧半径

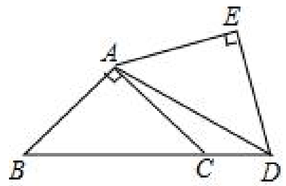
为 $r_{下}$，则 $r_{上}$ ________ $r_{下}$．（填“＞”“=”“＜”）【＜】

（中等题）38．如图，正方形 $ABCD$ 中，点 E、F 分别为 AB、CD 上的点，且 $AE=CF=\frac{1}{3}AB$，点 O 为线段 EF 的中点，过点 O 作直线与正方形的一组对边分别交于 P、Q 两点，并且满足 $PQ=EF$．则这样的直线 PQ（不同于 EF）有______条．【3】



第38题

（中等题）39．把两个同样大小的含 45° 角的三角尺按如图所示的方式放置，其中一个三角尺的锐角顶点与另一个的直角顶点重合于点 A，且另三个锐角顶点 B，C，D 在同一直线上．若 $AB=\sqrt{2}$，则 $CD=$________．【$\sqrt{3}-1$】

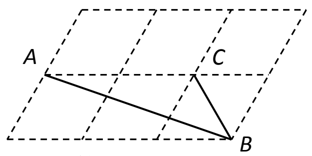


第 39 题

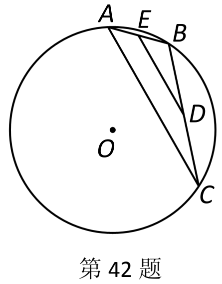
（中等题）40．公元 3 世纪，我国古代数学家刘徽就能利用近似公式 $\sqrt{a^2+r}\approx a+\frac{r}{2a}$ 得到 $\sqrt{2}$ 的近似值．他的算法是：先将 $\sqrt{2}$ 看成 $\sqrt{1^2+1}$，由近似公式得 $\sqrt{2}\approx 1+\frac{1}{2\times1}=\frac{3}{2}$；再将 $\sqrt{2}$ 看成 $\sqrt{(\frac{3}{2})^2+(-\frac{1}{4})}$，由近似公式得 $\sqrt{2}\approx\frac{3}{2}+\frac{-\frac{1}{4}}{2\times\frac{3}{2}}=\frac{17}{12}$；…依此算法，所得 $\sqrt{2}$ 的近似值会越来越精确．当 $\sqrt{2}$ 取得近似值 $\frac{577}{408}$ 时，近似公式中的 r 是________．　【$-\frac{1}{144}$】

（稍难题）41．如图，6 个形状，大小完全相同的菱形组成网格，菱形的顶点称为格点．已知菱形的一个内角为 60°，A，B，C 都在格点上，则 $\tan\angle ABC$ 的值是_____．【$\frac{\sqrt{3}}{2}$】

（稍难题）42．如图，⊙O 的弦 BC 长为 8，点 A 是⊙O 上一动点，且 $\angle BAC=45°$，点 D，E 分别是 BC，AB 的中点，则 DE 长的最大值是________．【$4\sqrt{2}$】



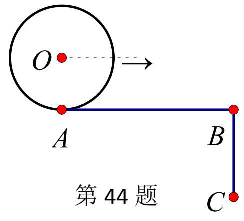
第 41 题



第 42 题

（稍难题）43．已知点 P（m，n）在抛物线 $y=ax^2-x-a$ 上，当 $m\geq-1$ 时，总有 $n\leq1$ 成立，则 a 的取值范围是__________________．【$-\frac{1}{2}\leq a<0$】

（稍难题）44．如图，已知$\angle ABC=90°$，$AB=\pi r$，$BC=\frac{\pi r}{2}$，半径为 r 的$\odot O$ 从点 A 出发，沿 $A\to B\to C$ 方向滚动到点 C 时停止．则圆心 O 运动的路程是________．　【$2\pi r$】



第 44 题

（容易题）45．计算：$10+8\times(-\frac{1}{2})^2-2\div\frac{1}{5}$.

解：$10+8\times(-\frac{1}{2})^2-2\div\frac{1}{5}$

$=10+8\times\frac{1}{4}-2\times5$

$=10+2-10$

$=2$.

（容易题）46．化简：$(x-2)^2-x(x-4)$.

解：原式$=x^2-4x+4-x^2+4x$

$=4$.

（容易题）47．先化简，再求值：$\left(\frac{2m+1}{m}-1\right)\div\frac{m^2-1}{m}$，其中 $m=\sqrt{3}+1$.

解：原式$=\frac{2m+1-m}{m}\cdot\frac{m}{(m+1)(m-1)}$

$=\frac{m+1}{m}\cdot\frac{m}{(m+1)(m-1)}$

$=\frac{1}{m-1}$.

当 $m=\sqrt{3}+1$ 时，

原式$=\frac{1}{m-1}=\frac{1}{\sqrt{3}+1-1}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.

（容易题）48．解方程组 $\begin{cases}x+y=1,\\4x+y=-8.\end{cases}$

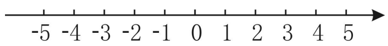
解：$\begin{cases}x+y=1, & ①\\4x+y=-8. & ②\end{cases}$

②－①，得 $3x=-9$，所以 $x=-3$.

将 $x=-3$ 代入①，得 $y=4$.

则这个方程组的解是$\begin{cases}x=-3,\\y=4.\end{cases}$

（容易题）49． 解不等式 $\frac{x}{2}-1\le\frac{7-x}{3}$，并把解集在数轴上表示出来．



解：$3x-6\le2(7-x)$．

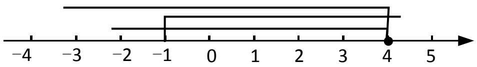
$3x-6\le14-2x$．

$3x+2x\le14+6$．

$5x\le20$．

$x\le4$．

把不等式解集在数轴上表示为



（容易题）50．解方程：$\frac{2}{x}=1-\frac{x}{x+1}$．

解：$2(x+1)=x(x+1)-x^2$．

$2x+2=x^2+x-x^2$．

$x=-2$．

经检验 $x=-2$ 是原方程的解．

（容易题）51．已知一次函数 $y=kx+2$，当 $x=-1$ 时，$y=1$．求此函数的解析式，并在平面直角坐标系中画出此函数的图象．

解：把 $x=-1$，$y=1$ 代入 $y=kx+2$，得

$1=(-1)k+2$，

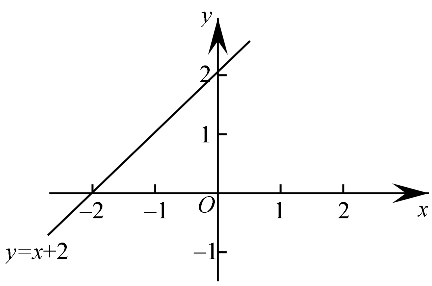
$k=1$ ．

则函数解析式为 $y=x+2$ ．

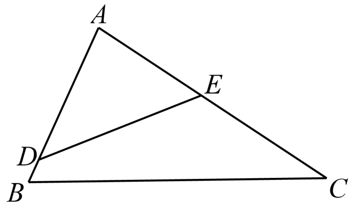
列表，得

x	0	-2
y	2	0

画图，得



（容易题）52．如图，在$\triangle ABC$中，点D，E分别在边AB，AC上，若$\triangle ADE \backsim \triangle ACB$，$AD=3$，$AE=2$，$AC=5$，求$AB$的长．



第 52 题

解：$\because \triangle ADE \backsim \triangle ACB$，

$\therefore \dfrac{AD}{AC}=\dfrac{AE}{AB}$．

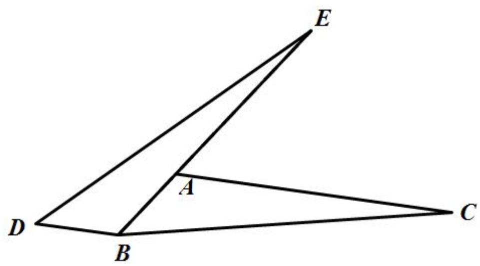
$\because AD=3$，$AE=2$，$AC=5$，

$\therefore \dfrac{3}{5}=\dfrac{2}{AB}$．

$\therefore AB=\dfrac{10}{3}$．

（容易题）53．已知：如图，B，A，E在同一直线上，$AC/\!/BD$且$AC=BE$，$\angle ABC=\angle D$．

求证：$AB=BD$．



第 53 题

证明：$\because AC/\!/BD$，

$\therefore \angle CAB=\angle EBD$．

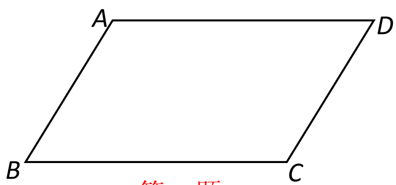
在$\triangle CAB$和$\triangle EBD$中

$\because \begin{cases}\angle CAB=\angle EBD, \\ \angle ABC=\angle D, \\ AC=BE.\end{cases}$

$\therefore \triangle CAB \cong \triangle EBD$．

$\therefore AB=BD$．

（容易题）54．如图，已知四边形$ABCD$．请在下列四个关系中，选出两个恰当的关系作为条件，推出四边形$ABCD$是平行四边形，并予以证明．



第54题

关系：① $AD/\!/BC$，② $AB=CD$，

③ $\angle B+\angle C=180°$，④ $\angle A=\angle C$．

已知：在四边形$ABCD$中，______，______，

（填序号，写出一种情况即可）

求证：四边形$ABCD$是平行四边形．

情形一：选择 ①，③

证明：$\because \angle B+\angle C=180°$，

$\therefore AB/\!/DC$．

又$\because AD/\!/BC$，

$\therefore$四边形$ABCD$是平行四边形．

情形二：选择 ①，④

证明：$\because AD/\!/BC$，

$\therefore \angle A+\angle B=180°$．

又$\because \angle A=\angle C$，

$\therefore \angle C+\angle B=180^\circ$.

∴$AB // DC$.

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

情形三：选择<u> ②，③ </u>

证明：$\because \angle B+\angle C=180^\circ$，

∴$AB // DC$.

又$\because AB=CD$，

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

情形四：选择<u> ③，④ </u>

证明：$\because \angle B+\angle C=180^\circ$，

∴$AB // DC$.

又$\because \angle A=\angle C$，

$\therefore \angle A+\angle B=180^\circ$.

$\therefore AD // BC$.

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

（容易题）55．证明："角平分线上的点到这个角的两边距离相等".

（要求画出图形，写出已知、求证并证明）

已知：点 P 在$\angle AOB$ 的角平分线 OC 上，$PD\perp OA$ 于 D，$PE\perp OB$ 于 E.

求证：$PD=PE$.

证明：如图所示，

∵OC 平分$\angle AOB$，∴$\angle 1=\angle 2$.

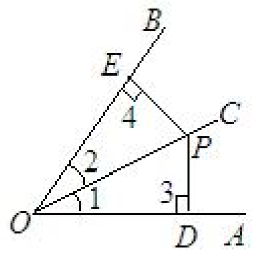
∵$PD\perp OA$，$PE\perp OB$，

∴$\angle 3=\angle 4=90^\circ$.

∵$OP=OP$，

∴$\triangle ODP \cong \triangle OEP$.

∴$PD=PE$.



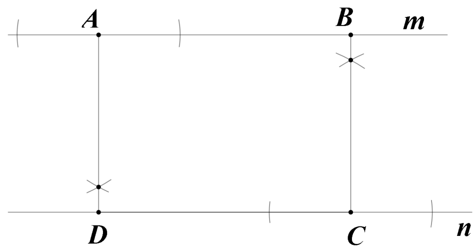
第 55 题

（容易题）56．如图，m，n 是直线，且 $m // n$，点 A，C 分别在 m，n 上（直线 AC 与 m 不垂直）. 请用尺规在图中作出矩形 $ABCD$，使得点 B 在 m 上.

（保留作图痕迹，不写作法，并证明你所作出的图形是矩形）

第 56 题

解一：分别过点 A，C 作 n，m 的垂线，垂足为 D，B，则四边形 $ABCD$ 是矩形. 理由如下：



∵ $AD\perp n$，$m\parallel n$，

∴ $AD\perp m$.

∵ $CB\perp m$，

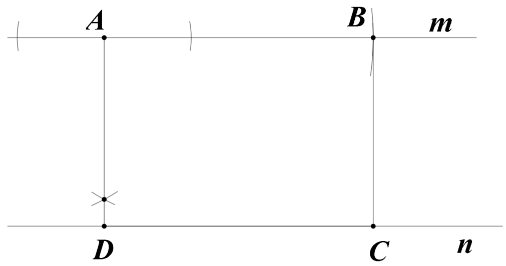
∴ $AD\parallel BC$.

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

∵ $AD\perp m$，即 $\angle ADC=90°$，

∴ ▱$ABCD$ 是矩形.

解二：过点 A 作 n 的垂线，垂足为 D，在 m 上取点 B，使得 B，C 在 AD 同侧，且 $AB=CD$，则四边形 $ABCD$ 是矩形. 理由如下：



∵ $m\parallel n$，$AB=CD$，

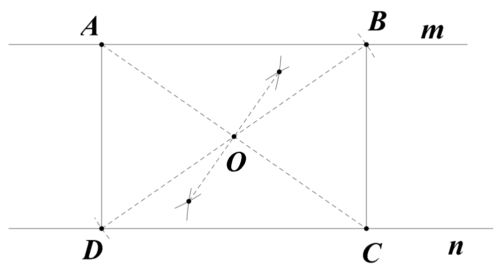
∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

∵ $AD\perp n$，

∴ $\angle ADC=90°$，

∴ ▱$ABCD$ 是矩形.

解三：连接 AC，取线段 AC 的中点 O，以 O 为圆心，OA 为半径作弧，交 m 于点 B，交 n 于点 D, 则四边形 $ABCD$ 是矩形. 理由如下：



∵ O 是 AC 的中点，

∴ $OA=OC$，

∵ $OB=OD=OA$，

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

∵ $OA+OC=OB+OD$，即 $AC=BD$，

∴ ▱$ABCD$ 是矩形.

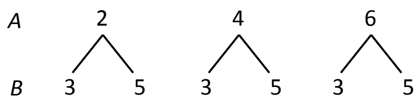
（容易题）57．A，B 两组卡片共 5 张，A 中三张分别写有数字 2，4，6，B 中两张分别写有 3，5．它们除数字外没有任何区别.

（1）随机地从 A 中抽取一张，求抽到数字为 2 的概率；

（2）随机地分别从 A，B 中各抽取一张，请你用画树状图或列表的方法表示所有等可能的结果．现制定这样一个游戏规则：若所选出的两数之积为 3 的倍数，则甲获胜；否则乙获胜．请问这样的游戏规则对甲乙双方公平吗？为什么？

解：（1）P（抽到数字为 2）$=\dfrac{1}{3}$；

（2）不公开，理由如下．画树状图如下：



从树状图中可知共有 6 个等可能的结果，

而所选出的两数之积为 3 的倍数的机会有 4 个．

∴ P（甲获胜）$=\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$，而 P（乙获胜）$=1-\dfrac{2}{3}=\dfrac{1}{3}$．

∵ P（甲获胜）$>P$（乙获胜），

∴ 这样的游戏规则对甲乙双方不公平．

（容易题）58．某市第三中学组织学生参加生命安全知识网络测试．小明对九年 2 班全体学生的测试成绩进行统计，并绘制了以下不完整的频数分布表和扇形统计图．

根据图表中的信息解答下列问题：

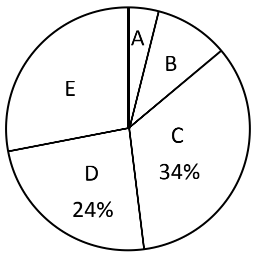
（1）求九年 2 班学生的人数；

（2）写出频数分布表中 a，b 的值；

（3）已知该市共有 80 000 名中学生参加这次安全知识测试，若规定 80 分以上（含 80 分）为优秀，估计该市本次测试成绩达到优秀的人数；

（4）小明通过该市教育网站搜索发现，全市参加本次测试的中学生中，成绩达到优秀有 56 320 人．请你用所学统计知识简要说明实际优秀人数与估计人数出现较大偏差的原因．

组别	分数段（x）	频数
A	$0\le x<60$	2
B	$60\le x<70$	5
C	$70\le x<80$	17
D	$80\le x<90$	a
E	$90\le x\le 100$	b



解：（1）学生的人数=$\dfrac{17}{34\%}$=50；

（2）a=12，b=14；

（3）80000×（24%+28%）=41600；

（4）因为只抽查了九年 2 班测试成绩对于全市来讲不具有代表性，而抽查的样本只有 50 名学生，对于全市 80 000 名学生来讲不具有广泛性．

(中等题)59．自 2016 年国庆后，许多高校均投放了使用手机就可随取随用的共享单车．某运营商为提高其经营的 A 品牌共享单车的市场占用率，准备对收费作如下调整：一天中，同一个人第一次使用的车费按 0.5 元收取，每增加一次，当次车费就比上次车费减少 0.1 元，第 6 次开始，当次用车免费．具体收费标准如下：

使用次数	0	1	2	3	4	5（含5次以上）
累计车费	0	0.5	0.9	a	b	1.5

同时，就此收费方案随机调查了某高校100名师生在一天中使用A品牌共享单车的意愿，得到如下数据：

使用次数	0	1	2	3	4	5
人　　数	5	15	10	30	25	15

（1）写出 a，b 的值；

（2）已知该校有5000名师生，且A品牌共享单车投放该校一天的费用为5800元．试估计：收费调整后，此运营商在该校投放A品牌共享单车能否获利？说明理由．

解：（1）$a=1.2$，$b=1.4$；

（2）根据用车意愿调查结果，抽取的100名师生每人每天使用A品牌共享单车的平均车费为：

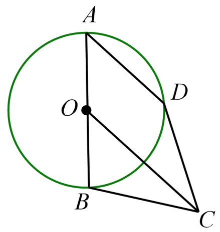
$\frac{1}{100}\times(0\times5+0.5\times15+0.9\times10+1.2\times30+1.4\times25+1.5\times15)=1.1$（元），

所以估计5000名师生一天使用共享单车的费用为：5000×1.1=5500（元），

因为5500＜5800，

故收费调整后，此运营商在该校投放A品牌共享单车不能获利．

（中等题）60．如图，已知 AB 是⊙O 的直径，点 D 在⊙O 上，C 是⊙O 外一点，若 $AD // OC$，直线 BC 与⊙O 相交，判断直线 CD 与⊙O 的位置关系，并说明理由．



第60题

证明：连接 OD，

∵$AD // OC$，

∴∠BOC＝∠OAD，

∠COD＝∠ADO．

∵OA＝OD，

∴∠OAD＝∠ADO．

∴∠BOC＝∠COD．

∵OB＝OD，OC＝OC，

∴△BOC≌△DOC．

∴∠OCB＝∠OCD．

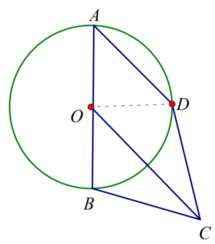
即 OC 是∠DCB 的平分线．

∴点 O 到直线 CB，CD 的距离相等，记为 d．

∵直线 BC 与⊙O 相交，

∴d＜OB＝OD．

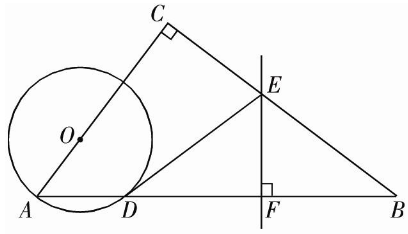
∴直线 DC 与⊙O 相交．



（中等题）61．如图，在△ABC 中，∠C=90°，点 O 在 AC 上，以 OA 为半径的⊙O 交 AB 于点 D，BD 的垂直平分线交 BC 于点 E，交 BD 于点 F，连接 DE．

（1）判断直线 DE 与⊙O 的位置关系，并说明理由；

（2）若 AC=6，BC=8，OA=2，求线段 DE 的长．



第61题

解：(1) 直线 DE 与⊙O 相切．

理由如下：

连接 OD．

∵OD=OA，∴∠A=∠ODA．

∵EF 是 BD 的垂直平分线，

∴EB=ED．

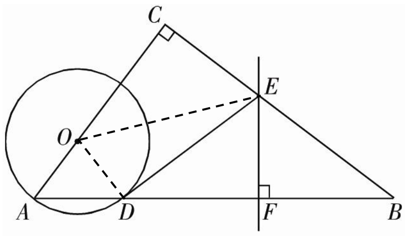
∴∠B=∠EDB．

∵∠C=90°，∴∠A＋∠B＝90°．

∴∠ODA＋∠EDB＝90°．

∴∠ODE＝180°－90°＝90°．

∴直线 DE 与⊙O 相切．



(2) 连接 OE，设 DE=x，则 EB=ED=x，CE=8-x．

∵∠C=∠ODE =90°，

∴ $OC^2+CE^2=OE^2=OD^2+DE^2$．

∴ $4^2+(8-x)^2=2^2+x^2$．

∴ $x=4.75$． 即 DE= 4.75．

（中等题）62．小明收集了某品牌运动鞋的鞋标，如图所示．

甲

乙

丙

丁

为了解这些字母、数字的含义，他以“鞋码”为关键词上网搜索，得到相关资料如下：cm 表示以厘米为单位的脚长；US 表示美制鞋码，UK 表示英制鞋码，EUR 表示欧洲鞋码．知乎上一个关于鞋码的介绍中有这么一句话：“欧洲鞋码 ＝1.5×脚长 ＋2 ，单位：cm”.

（1）如果现在有一个脚长为 28.5cm 的人想购买鞋子，应建议他选择 EUR 对应数字为多少的鞋子？

（2）小明发现乙、丙两个鞋标显示的 cm 数不同，但是 US 码对应数字都是 6.5，显然其中一个鞋标是假的．根据欧洲鞋码与脚长的换算经验，US 码与 cm 数应该也存在某种关系．小明的脚长为 27.5cm，他在该品牌专柜购买的运动鞋的 US 码对应数字为 9.5．请你运用所学的知识，帮助小明判断乙、丙两个鞋标中哪个为假鞋标？

解：（1）根据上述公式，可得其欧洲鞋码为 44.75，

因此建议他购买 EUR 对应数字为 45 的鞋子.

（2）解法一：猜想乙为假鞋标.

观察数据，尝试将数据有序整理到表格中，计算“cm-US”，发现除了乙之外的数据都为 18，

所以可判断乙为假鞋标.

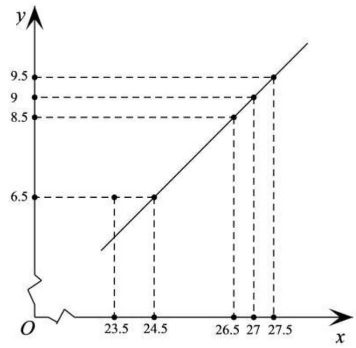
	cm	US	cm-US
乙	23.5	6.5	17
丙	24.5	6.5	18
丁	26.5	8.5	18
甲	27	9	18
小明	27.5	9.5	18

解法二：

第一步：设脚长为 $x$cm，US 码值为 y，则组成五组数对，得到五点坐标如下：

甲（27，9）；乙（23.5，6.5）；丙（24.5，6.5）；丁（26.5，8.5）；小明（27.5，9.5）；

第二步：建立直角坐标系，描点，连线（如图）；



第三步：猜想乙的鞋标错误，其他点在同一条直线上；

第四步：设直线解析式为 $y=kx+b$.

将甲（27，9）和小明（27.5，9.5）代入得到$\begin{cases}9=27k+b\\9.5=27.5k+b\end{cases}$，

解得$\begin{cases}k=1，\\b=-18.\end{cases}$

$\therefore y=x-18$.

第五步：分别验证乙（23.5，6.5），丙（24.5，6.5），丁（26.5，8.5）是否在直线上.

当 x=23.5 时，$y=5.5$，乙（23.5，6.5）不在直线上；

当 x=24.5 时，$y=6.5$，丙（24.5，6.5）在直线上；

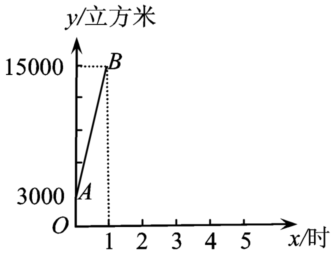
当 x=26.5 时，$y=8.5$，丁（26.5，8.5）在直线上；

综上所述，乙鞋标是假鞋标.

（中等题）63. 为节约能源，某市众多车主响应号召，将燃油汽车改装为天然气汽车.某日上午 7:00－8:00，燃气公司给该市城西加气站的储气罐加气，8:00 加气站开始为前来的车辆加气. 储气罐内的天然气总量 y（立方米）随加气时间 x（时）的变化而变化.

（1）在 7:00－8:00 范围内，y 随 x 的变化情况如图 13 所示，求 y 关于 x 的函数解析式；

（2）在 8:00－12:00 范围内，y 的变化情况如下表所示，请写出一个符合表格中数据的 y 关于 x 的函数解析式，依此函数解析式，判断上午 9：05 到 9：20 能否完成加气 950 立方米的任务，并说明理由.



第 63 题

时刻	8:00	9:00	10:00	11:00	12:00
y（立方米）	15000	7500	5000	3750	3000

解：（1）设直线 AB 的解析式为 $y=kx+b$，

把点 A（0，3000），B（1，15000）分别代入，得

$k=12000$，$b=3000$.

在 8:00－8:30 范围内，y 关于 x 的函数解析式为：$y=12000x+3000$（$0\le x\le 1$）.

（2）函数解析式为：$y=\dfrac{15000}{x}$（$1\le x\le 3$）.

验证如下：

当 $x=1$ 时，$y=15000$，即上午 8:00，x 与 y 的值满足解析式.

同理，表格数据所对应的 x 与 y 的值都满足解析式.

当上午 9：05 即 $x=2\dfrac{1}{12}$时，$y=7200$ 立方米.

当上午 9：20 即 $x=2\dfrac{1}{3}$时，$y=\dfrac{45000}{7}$立方米.

∵ $7200-\dfrac{45000}{7}=\dfrac{5400}{7}$,

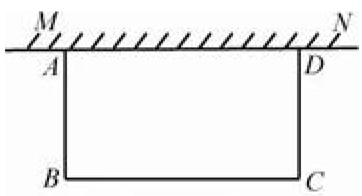
又∵ $\dfrac{5400}{7}<950$,

∴ 上午 9：05 到 9：20 不能完成加气 950 立方米的任务.

（中等题）64. 如图，在足够大的空地上有一段长为 a 米旧墙 MN. 某人利用一边靠旧墙和另三边用总长 100 米的木栏围成一个矩形菜园 $ABCD$，其中 $AD\le MN$.

（1）若 $a=20$，所围成的矩形菜园 $ABCD$ 的面积为 450 平方米时，求所利用旧墙 AD 长；

（2）求矩形菜园 $ABCD$ 面积的最大值.



第 64 题

解：（1）设 $AB=x\ m$，则 $BC=(100-2x)\ m$，

根据题意得 $x(100-2x)=450$，解得 $x_1=5$，$x_2=45$，

当 $x=5$ 时，$100-2x=90>20$，不合题意舍去；

当 $x=45$ 时，$100-2x=10$，

答：AD 的长为$10m$；

（2）设 $AD=x\ m$，

$\therefore S=\dfrac{1}{2}x(100-x)=-\dfrac{1}{2}(x-50)^2+1250$，

当 $a\geq 50$ 时，则 $x=50$ 时，S 的最大值为1250；

当$0<a<50$时，则当$0<x\leq a$时，S 随 x 的增大而增大，当 $x=a$ 时，S 的最大值为 $50a-\dfrac{1}{2}a^2$，

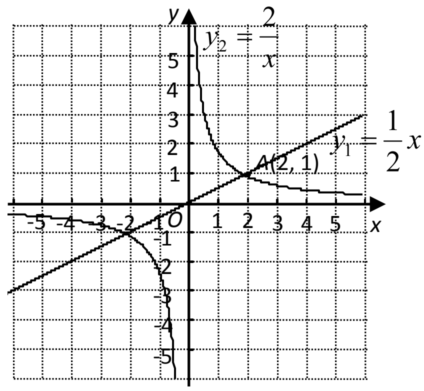
综上所述，当 $a\geq 50$ 时，S 的最大值为1250；当$0<a<50$时，S 的最大值为 $50a-\dfrac{1}{2}a^2$.

（中等题）65．已知正比例函数 $y_1=ax(a\neq 0)$ 与反比例函数 $y_2=\dfrac{k}{x}(k\neq 0)$ 的图象在第一象限内交于点 A（2，1）.

（1）求 a，k 的值；

（2）在直角坐标系中画出这两个函数的大致图象，

并根据图象直接回答 $y_1>y_2$ 时 x 的取值范围.



第65题

解：（1）把点 A（2，1）分别代入 $y_1=ax$ 和

$y_2=\dfrac{k}{x}$ 中得 $a=\dfrac{1}{2}$，$k=2$.

（2）由图象知，当 $y_1>y_2$ 时，$-2<x<0$ 或 $x>2$.

（稍难题）66. 在平面直角坐标系 xoy 中，对于点 $P\left(x,y\right)$，若点 Q 的坐标为（x，$\left|x-y\right|$），则称点 Q 为点 P 的“关联点”.

（1）请直接写出点$\left(2,2\right)$的“关联点”的坐标；

（2）如果点 P 在函数 $y=x-1$ 的图象上，其“关联点” Q 与点 P 重合，求点 P 的坐标；

（3）如果点 $M\left(m,n\right)$ 的“关联点” N 在函数 $y=x^2$ 的图象上，当 $0\leq m\leq 2$ 时，求线段 MN 的最大值.

解：（1）（2，0）.

（2）$\because P$（x，y）在 $y=x-1$ 的图象上，

$\therefore P$（x，$x-1$）．则 Q 点为（x，1）.

$\because P$，Q 重合，$\therefore x-1=1$．解得 $x=2$．$\therefore P$（2，1）.

（3）$\because$点 M（m，n），$\therefore$点 N（m，$\left|m-n\right|$）.

依题意得：$\left|m-n\right|=m^2$.

1）当 $m<n$ 时，则 $n-m=m^2$，$\therefore n=m^2+m$．$\therefore M$（m，m^2+m），N（m，m^2）.

∵0≤m≤2∴ $MN=\left|y_M-y_N\right|=\left|m^2+m-m^2\right|=m$.

当 $m=2$ 时，MN 有最大值 2.

2）当 $m\geqslant n$ 时，则 $m-n=m^2$ ，∴ $n=-m^2+m$.

∴M（m，$-m^2+m$ ），N（m，m^2 ）.

∵0≤m≤2∴ $MN=\left|y_M-y_N\right|=\left|-m^2+m-m^2\right|=\left|m(2m-1)\right|=m\left|(2m-1)\right|$.

①当 0≤m≤$\frac{1}{2}$时，$MN=-2m^2+m$.

当 $m=\frac{1}{4}$时，MN 有最大值$\frac{1}{8}$.

②当$\frac{1}{2}$＜m≤2 时，$MN=2m^2-m$.

当 $m=2$ 时，MN 有最大值 6.

综上所述：当 $m=2$ 时，MN 有最大值 6.

（稍难题）67．在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 A 在抛物线 $y=x^2+bx+c$（b＞0）上，且 A（1，－1），

（1）若 $b-c=4$，求 b，c 的值；

（2）若该抛物线与 y 轴交于点 B，其对称轴与 x 轴交于点 C，则命题“对于任意的一个 k（0＜k＜1），都存在 b，使得 $OC=k\cdot OB$.”是否正确？若正确，请证明；若不正确，请举反例；

（3）将该抛物线平移，平移后的抛物线仍经过（1，－1），点 A 的对应点 A_1 为（$1-m$，$2b-1$）.当 $m\geq-\frac{3}{2}$时，求平移后抛物线的顶点所能达到的最高点的坐标.

解:（1）把（1，－1）代入 $y=x^2+bx+c$，可得 $b+c=-2$，

又因为 $b-c=4$，可得 $b=1$，$c=-3$.

（2）由 $b+c=-2$，得 $c=-2-b$.

对于 $y=x^2+bx+c$，

当 $x=0$ 时，$y=c=-2-b$.

抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{b}{2}$.

所以 B（0，$-2-b$），C（$-\frac{b}{2}$，0）.

因为 b＞0，

所以 $OC=\frac{b}{2}$，$OB=2+b$.

当 $k=\frac{3}{4}$时，由 $OC=\frac{3}{4}OB$ 得$\frac{b}{2}=\frac{3}{4}$（$2+b$），此时 $b=-6$＜0 不合题意.

所以对于任意的 0＜k＜1，不一定存在 b，使得 $OC=k\cdot OB$.

（3）由平移前的抛物线 $y=x^2+bx+c$，可得

$y=(x+\frac{b}{2})^2-\frac{b^2}{4}+c$，即 $y=(x+\frac{b}{2})^2-\frac{b^2}{4}-2-b$.

因为平移后 A（1，−1）的对应点为 A_1（$1-m$，$2b-1$）.

可知，抛物线向左平移 m 个单位长度，向上平移 $2b$ 个单位长度.

则平移后的抛物线解析式为 $y=(x+\frac{b}{2}+m)^2-\frac{b^2}{4}-2-b+2b$.

即 $y=(x+\frac{b}{2}+m)^2-\frac{b^2}{4}-2+b$.

把（1，−1）代入，得

$(1+\frac{b}{2}+m)^2-\frac{b^2}{4}-2+b=-1$.

$(1+\frac{b}{2}+m)^2=\frac{b^2}{4}-b+1$.

$(1+\frac{b}{2}+m)^2=(\frac{b}{2}-1)^2$.

所以 $1+\frac{b}{2}+m=\pm(\frac{b}{2}-1)$.

当 $1+\frac{b}{2}+m=\frac{b}{2}-1$ 时，$m=-2$（不合题意，舍去）;

当 $1+\frac{b}{2}+m=-(\frac{b}{2}-1)$ 时，$m=-b$.

因为 $m\geq-\frac{3}{2}$，所以 $b\leq\frac{3}{2}$.

所以 $0<b\leq\frac{3}{2}$.

所以平移后的抛物线解析式为 $y=(x-\frac{b}{2})^2-\frac{b^2}{4}-2+b$.

即顶点为（$\frac{b}{2}$，$-\frac{b^2}{4}-2+b$）.

设 $p=-\frac{b^2}{4}-2+b$，即 $p=-\frac{1}{4}(b-2)^2-1$.

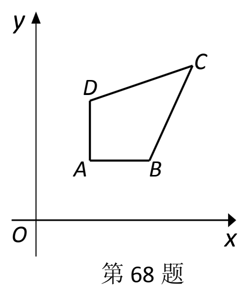
因为 $-\frac{1}{4}<0$，所以当 $b<2$ 时，p 随 b 的增大而增大.

因为 $0<b\leq\frac{3}{2}$,

所以当 $b=\frac{3}{2}$时，p 取最大值为 $-\frac{17}{16}$.

此时，平移后抛物线的顶点所能达到的最高点坐标为（$\frac{3}{4}$，$-\frac{17}{16}$）.

（稍难题）68．在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 A（1，$m+1$），B（a，m



第 68 题

＋1），C（3，$m+3$），

D（1，$m+a$），$m>0$ ，$a>1$.

（1）若 $AD//BC$ ，判断四边形 $ABCD$ 的形状并说明理由；

（2）若 $a<3$，点 P（$n-m$，n）是四边形 $ABCD$ 内的一点，

且△PAD 与△PBC 的面积相等，求 $n-m$ 的值.

解：（1）∵A（1，$m+1$），B（a，$m+1$），

∴$y_A=y_B$ ．∴$AB//x$ 轴.

∵A（1，$m+1$），D（1，$m+a$），

∴$x_A=x_D$．∴$AD//y$ 轴.

∴∠$DAB=90°$ ．

又 $a>1$，

∴$AB=a-1$， $AD=a-1$，∴$AD=AB$ ．

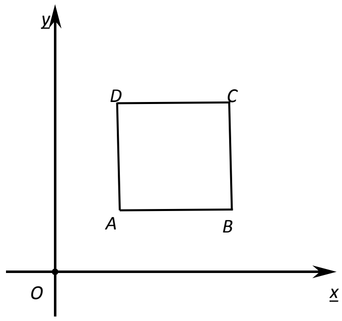


图 1

如图 1，∵$CB//AD$，

∴$CB//y$ 轴.

∴$x_C=x_B$，∴$a=3$ ．

∴$y_C=y_D=m+3$ ．

∴$CD//x$ 轴.

∴$CD//AB$.

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形.

又∠$DAB=90°$，

∴四边形 $ABCD$ 是矩形.

又 $AD=AB$，∴四边形 $ABCD$ 是正方形.

（2）设直线 AC 的解析式为 $y=kx+b$，

将 A（1，$m+1$），C（3，$m+3$）分别代入，可得 $k=1$，$b=m$.

∴$y=x+m$.

∵当 $x=n-m$ 时，$y=n-m+m=n$，

∴点 P（$n-m$，n）在直线 $y=x+m$ 上.

又点 P 在四边形 $ABCD$ 内，

∴点 P 在线段 AC 上.

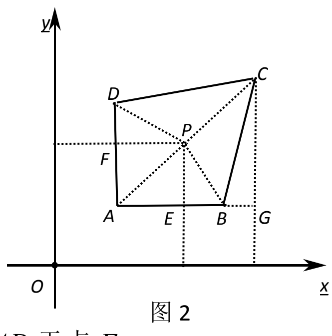


图 2

如图 2，过点 P 作 $PE\perp x$ 轴，交 AB 于点 E，作 $PF\perp y$ 轴，交 AD 于点 F，

∵由（1）得，$AB//x$ 轴，$AD//y$ 轴， $AD=AB$ ，

∴$PE=n-m-1$，$PF=n-m-1$.

∴$PE=PF$.

∴$S_{\triangle PAD}=S_{\triangle PAB}$.

∵$S_{\triangle PAD}=S_{\triangle PBC}$，∴$S_{\triangle PAB}=S_{\triangle PBC}$.

∴$S_{\triangle PAB}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$.

过点 C 作 $CG\perp x$ 轴，交 AB 延长线于点 G，则 $CG=2$.

∵$\frac{1}{2}AB\cdot PE=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}AB\cdot CG$.

∴$PE=\frac{1}{2}CG$.

∴$n-m-1=1$.

∴$n-m=2$.

（稍难题）69．定义：点 P 是四边形 $ABCD$ 内一点，若三角形$\triangle PAB$，$\triangle PBC$，$\triangle PCD$，$\triangle PDA$ 均为等腰三角形，则称点 P 是四边形 $ABCD$ 的一个“准中心”.

（1）如图 1，已知点 P 是正方形 $ABCD$ 内的一点，且$\angle PBC=\angle PCB=60°$，证明点 P 是正边形 $ABCD$ 的一个“准中心”；

（2）（1）中除点 P 外，正方形 $ABCD$ 还有几个“准中心”？并在图 1 中分别画出它们；

（3）如图 2，已知$\angle BAD=60°$，$AB=AD=6$，点 C 是$\angle BAD$ 平分线上的动点，问在四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 上最多存在几个“准中心”点 P（自行画出示意图），并求出每个“准中心”点 P 对应线段 AC 的长.（精确到个位）

参考数据：$\sqrt{3}$ » 1.7，sin37.5盎 0.6，cos37.5盎 0.8，tan37.5盎 0.8 .

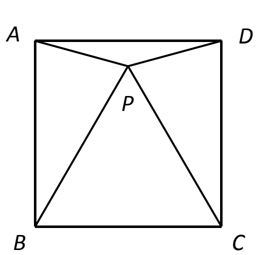


图1

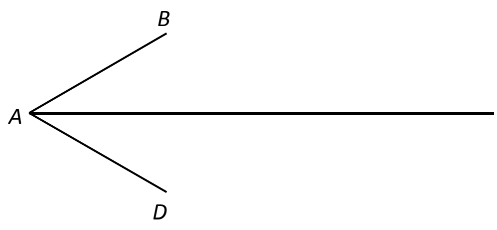


图2

第69题

解：（1）证明：∵$ABCD$ 是正方形，

∴$\angle ABC=\angle BCD=\angle CDA=\angle DAB=90°$，$AB=BC=CD$

又∵$\angle PBC=\angle PCB=60°$，

∴$\angle BPC=60°$.

∴$PB=PC=BC=AB=CD$，$\angle PBA=\angle PCD=30°$，

∴$\triangle PBA\cong\triangle PCD$，∴$PA=PD$.

∴$\triangle PAB$、$\triangle PBC$、$\triangle PCD$、$\triangle PDA$ 均为等腰三角形.

∴点 P 是正边形 $ABCD$ 内的一个“准中心”.

（2）正方形 $ABCD$ 内还有 <u>4</u> 个“准中心”，（画图略）；

（3）答：在四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 上最多存在 3 个“准中心”点 P.

① 如图 1，当 $PA=PB=PC=PD$ 时，点 P 是“准中心”点.

∵ $\angle BAD=60°$，点 C 在 $\angle BAD$ 的平分线上，

∴ $\angle BAC=30°$.

∴ $\angle ACB=\angle BPC=60°$，$\angle ABC=90°$.

则 $AC=\dfrac{AB}{\sin 60°}=\dfrac{6}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=4\sqrt{3}$.

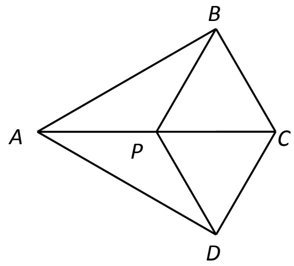


图 1

② 如图 2，当 $PA=BA=DA$，$PB=PC=PD$ 时，点 P 是“准中心”点，则 $PA=6$.

∵ $\angle BAD=60°$，点 C 在 $\angle BAD$ 的平分线上，

∴ $\angle BAC=30°$.

∴ $\angle APB=75°$，

∴ $\angle PCB=\dfrac{1}{2}\angle APB=37．5°$.

作 $BE\perp AC$ 于点 E.

在 RtΔAEB 中，

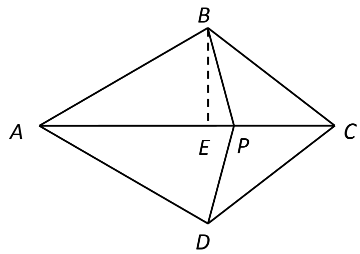


图 2

$$BE=\frac{1}{2}AB=3,$$

$$AE=AB\cdot\cos\angle BAE=3\sqrt{3}.$$

在 RtΔCEB 中，

$$CE=\frac{BE}{\tan\angle ECB}=\frac{3}{\tan 37.5°},$$

$$\therefore AC=AE+CE$$

$$=3\sqrt{3}+\frac{3}{\tan 37.5°}\approx 9.$$

③如图 3，当 $AB=PB=PC=PD=AD$ 时，点 P 是“准中心”点.

此时四边形 $ABPD$ 是菱形.

连接 BD，

则 $PA=2AE=2AB\cdot\cos30°$

$=2\times6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}$，

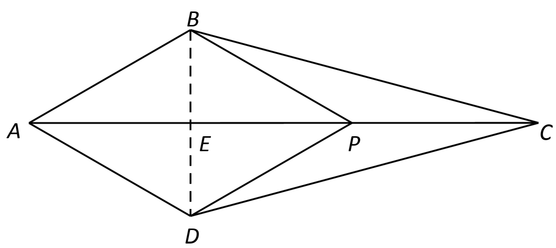


图 3

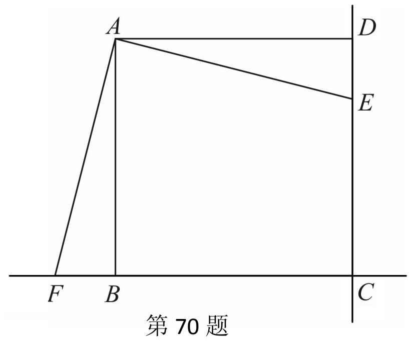
$$\therefore AC=PA+PC=6\sqrt{3}+6\approx 16.$$

（稍难题）70．已知正方形 $ABCD$，点 E 在直线 CD 上．

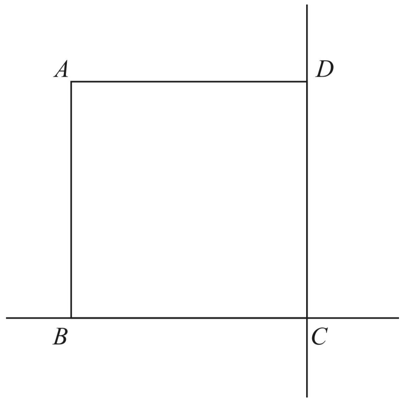
（1）若 F 是直线 BC 上一点，且 $AF\perp AE$，求证：$AF=AE$；（请利用图中所给的图形加以证明）

（2）写出（1）中命题的逆命题，并在答题卡指定的区域画出一个图形说明该逆命题是假命题；

（3）若点 G 在直线 BC 上，且 AG 平分$\angle BAE$，探索线段 BG，DE，AE 之间的数量关系，并说明理由．



第 70 题



解：(1)证明：∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$AB=AD$，$\angle ADC=\angle ABF=\angle BAD=90°$．

∵$AE\perp AF$，

∴$\angle EAF=90°=\angle BAD$．

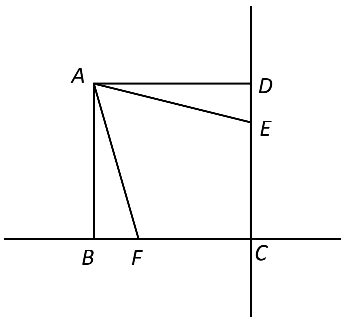
∴$\angle BAF=\angle DAE$．

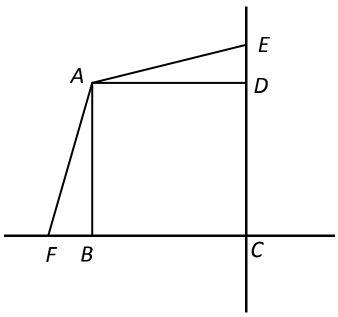
∴$\triangle ABF\cong\triangle ADE$ ．

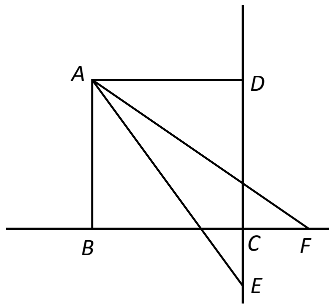
∴$AF=AE$．

(2)逆命题一：已知:正方形 $ABCD$ 中，E 为直线 CD 上一点，F 为直线 BC 上一点，且 $AF=AE$．求证： $AE\perp AF$．（若写为“若 $AF=AE$，则 $AE\perp AF$ ．”也可）

画图如下（画出一种即可）：





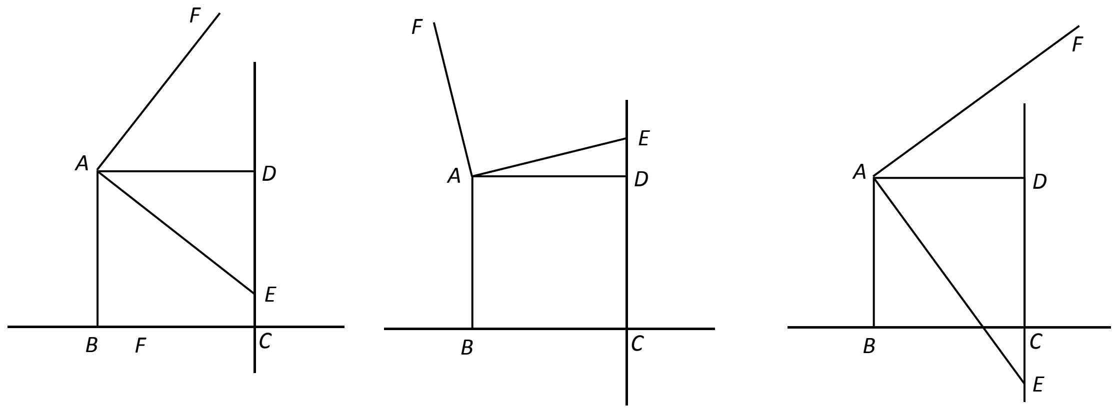


逆命题二：已知:正方形 $ABCD$ 中，E 为直线 CD 上一点，$AF\perp AE$，$AF=AE$．

求证：F 在直线 BC 上．

（若写为“若 $AF=AE$ ，且 $AE\perp AF$，则 F 在直线 BC 上．”也可）

画图如下（画出一种即可）：



逆命题三：已知:正方形 $ABCD$ 中，E 为直线 CD 上一点，$AF=AE$．求证：F 在直线 BC 上，且 $AE\perp AF$．（画图略）

（3）①如图 1，当 E 在线段 CD 上时：$AE=DE+BG$．

证明：过 A 点作 $AF\perp AE$ 交 BC 延长线于 F 点．

由（1）得$\triangle ABF\cong\triangle ADE$，

$\therefore\angle 1=\angle 2$，$AF=AE$，$BF=DE$．

$\because AG$ 平分$\angle BAE$，　$\therefore\angle 3=\angle 4$．

$\therefore\angle 1+\angle 3=\angle 2+\angle 4$，

即$\angle FAG=\angle DAG$．

$\because$四边形 $ABCD$ 是正方形，$\therefore AD\parallel BC$，

$\therefore\angle AGF=\angle DAG=\angle FAG$．

$\therefore AF=FG$．

$\therefore AE=AF=FG=BG+BF$．

$\therefore AE=BG+DE$．

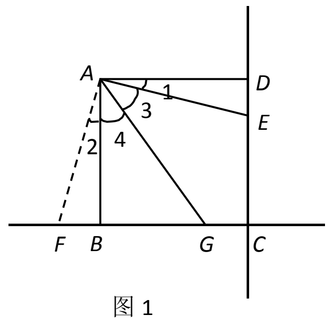


图 1

②如图 2，当点 E 在 CD 延长线上时: $BG=DE+AE$．

证明：过 A 点作 $AF\perp AE$ 交 BC 延长线于 F 点．

同理可证得 $AF=FG=AE$，$BF=DE$．

$\therefore AE=AF=FG=BG-BF=BG-DE$．

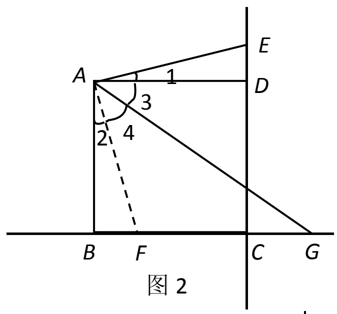


图 2

③如图 3，当 E 在 DC 延长线上时: $AE=DE+BG$，

证明同①．

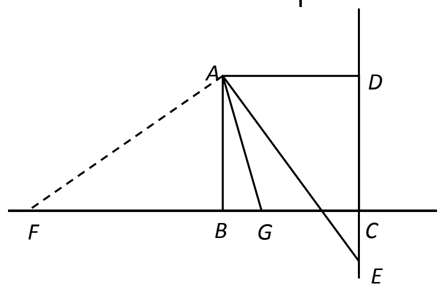
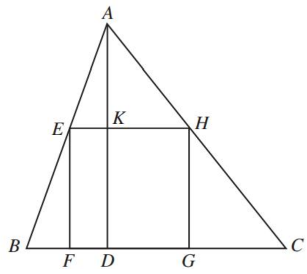


图 3

综上所述，线段 BG、DE、AE 之间的数量关系是：

$AE=DE+BG$ 或 $AE=BG-DE$．

（稍难题）71．若正方形的两个相邻顶点在三角形的同一条边上，其余两个顶点分别在三角形的另两条边上，则正方形称为三角形该边上的内接正方形．$\triangle ABC$ 中，设 $BC=a$，$AC=b$，$AB=c$，各边上的高分别记为 h_a，h_b，h_c，各边上的内接正方形的边长分别记为 x_a，x_b，x_c．



第 71 题

（1）**模型探究**：如图，正方形 $EFGH$ 为$\triangle ABC$ 边 BC 上的内接正方形．

求证：$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{h_a}=\dfrac{1}{x_a}$；

（2）**特殊应用**：若$\angle BAC=90°$，$x_b=x_c=2$，求 $\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}$ 的值；

（3）**拓展延伸**：若$\triangle ABC$ 为锐角三角形，$b<c$，请你判断 x_b 与 x_c 的大小，并说明理由．

解：（1）在正方形 $EFGH$ 中．

$\because EH\parallel FG$，$\therefore \triangle AEH\backsim\triangle ABC$．

$\because AD\perp BC$，$\therefore \dfrac{EH}{BC}=\dfrac{AK}{AD}$．

$\therefore \dfrac{x_a}{a}=\dfrac{h_a-x_a}{h_a}$． $\therefore \dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{h_a}=\dfrac{1}{x_a}$．

（2）由（1）得：$\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{h_b}=\dfrac{1}{x_b}$．

$\because \angle A=90°$，

$\therefore h_b=c$． $\therefore \dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=\dfrac{1}{2}$．

（3）$x_b>x_c$．

证明：由（1）得：$\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{h_b}=\dfrac{1}{x_b}$， $\dfrac{1}{c}+\dfrac{1}{h_c}=\dfrac{1}{x_c}$．

$\therefore x_b=\dfrac{bh_b}{b+h_b}$， $x_c=\dfrac{ch_c}{c+h_c}$．

$\because S=\dfrac{1}{2}bh_b=\dfrac{1}{2}ch_c$，$\therefore bh_b=ch_c=2S$.

又$\because h_b=c\cdot\sin A$， $h_c=b\cdot\sin A$，

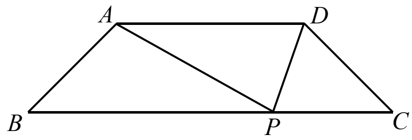
$$\therefore \frac{1}{x_b}-\frac{1}{x_c}=\frac{b+h_b-(c+x_c)}{2S}=\frac{b+c\sin A-(c+b\sin A)}{2S}$$

$$=\frac{(b-c)(1-\sin A)}{2S}.$$

$\because b<c$，$\sin A<1$，

$\therefore \dfrac{1}{x_b}-\dfrac{1}{x_c}<0$． $\therefore x_b>x_c$．

（稍难题）72．如图，四边形 $ABCD$ 中，$AD//BC$，$\angle B=45^\circ$，P 是 BC 边上一点，$\triangle PAD$ 的面积为 $\dfrac{1}{2}$，设 $AB=x$，$AD=y$．



第 72 题

(1)求 y 与 x 的函数关系式，并画出该函数的大致图象；

(2)若 $\angle APD=90^\circ$，求 y 的最小值．

解：(1)如图 1，过点 A 作 $AE\perp BC$ 于点 E．

在 $\mathrm{Rt}\triangle ABE$ 中，$\angle B=45^\circ$，$AB=x$．

$\therefore AE=AB\cdot\sin B=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x$．

$\because S_{\triangle APD}=\dfrac{1}{2}AD\cdot AE=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}x\cdot y=\dfrac{1}{2}$．

$\therefore y=\dfrac{\sqrt{2}}{x}$（x>0）．

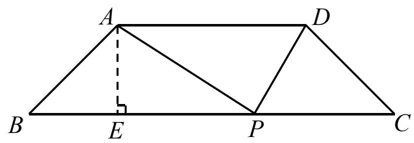
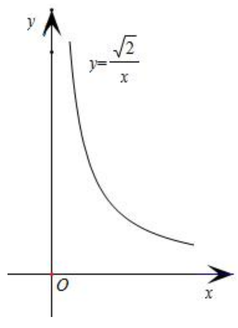


图 1

画图如右：



(2)如图 2，取 AD 的中点 F，连接 PF，过点 P 作 $PH\perp AD$ 于点 H．

$\because PF\geqslant PH$，

$\therefore \dfrac{1}{2}y\geq\dfrac{\sqrt{2}}{2}x$．

即 $\dfrac{\sqrt{2}}{x}\geq\sqrt{2}x$．

当 $\dfrac{\sqrt{2}}{x}=\sqrt{2}x$ 时，y 有最小值．

此时 $x=1$，$y=\sqrt{2}$．

$\therefore y$ 的最小值为 $\sqrt{2}$．

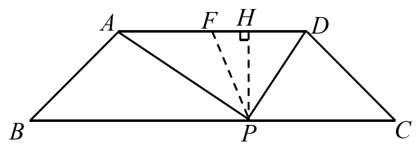
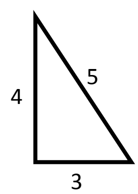


图 2

（稍难题）73．**定义：三边长和面积都是整数的三角形称为“整数三角形”．**

数学学习小组的同学从 32 根等长的火柴棒（每根长度记为 1 个单位）中取出若干根，首尾依次相接组成三角形，进行探究活动．

小亮用 12 根火柴棒，摆成如图所示的“整数三角形”；



小颖分别用 24 根和 30 根火柴棒摆出直角“整数三角形”；

小辉受到小亮、小颖的启发，分别摆出三个不同的等腰“整数三角形”．

⑴请你画出小颖和小辉摆出的“整数三角形”的示意图；

⑵你能否也从中取出若干根，按下列要求摆出“整数三角形”，如果能，请画出示意图；如果不能，请说明理由.

①摆出等边“整数三角形”；

②摆出一个非特殊（既非直角三角形，也非等腰三角形）“整数三角形”.

解：⑴小颖摆出如图 1 所示的“整数三角形”：

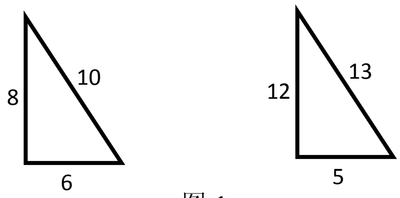


图 1

小辉摆出如图 2 所示三个不同的等腰“整数三角形”：

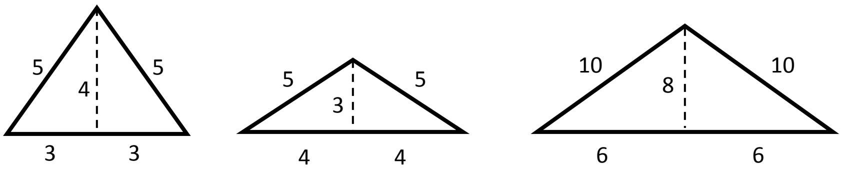


图 2

⑵①不能摆出等边“整数三角形”．理由如下：

设等边三角形的边长为 a，则等边三角形面积为 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$.

因为，若边长 a 为整数，那么面积 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ 一定非整数.

所以不存在等边“整数三角形”.

②能摆出如图 3 所示一个非特殊“整数三角形”：

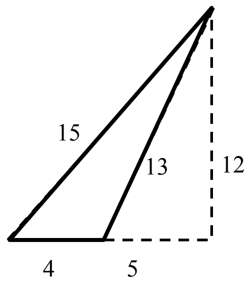


图 3

附录二

试卷题型参考

（该试卷题型仅供学校教学及复习参考，与省级统考试卷的题序安排、考试内容等方面无对应关系）

一、选择题(本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1．绝对值等于 2 的数是

A．－2 或 2　　B．－2　　C．2　　D．$\frac{1}{2}$

2.下列计算中，正确的是

A．$a+a^{11}=a^{12}$　　B．$5a-4a=a$　　C．$a^6\div a^5=1$　　D．$(a^2)^3=a^5$

3.下列各式中，从左边到右边属于因式分解的是

A．$x(x+1)=x^2+x$　　B．$x^2+2x-1=x(x+2)-1$

C．$x^2-1=(x-1)^2$　　D．$x^2-6x+9=(x-3)^2$

4.若一个多边形的内角和是 540°，则这个多边形是

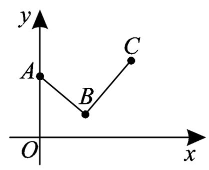
A．四边形　　B．五边形　　C．六边形　　D．七边形

5．一个不透明的袋子中装有 4 个黑球、2 个白球，每个球除颜色外都相同，从中任意摸出 3 个球，下列事件为必然事件的是

A. 至少有 1 个球是白球　　B. 至少有 1 个球是黑球

C. 至少有 2 个球是黑球　　D. 至少有 2 个球是白球

6．如图，某个函数的图象由线段 AB 和 BC 组成，其中 A，B，C 三点的坐标为点 A（$0,\frac{4}{3}$），B（$1,\frac{1}{2}$），C（$2,\frac{5}{3}$），则此函数的最小值是

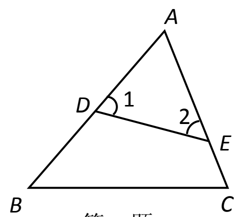


第 6 题

A．$\frac{5}{3}$　　B．1

C．$\frac{1}{2}$　　D．0

7．如图，无法保证△ADE 与△ABC 相似的条件是



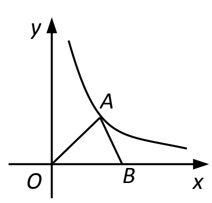
第 7 题

A．∠1=∠C　　B．∠A=∠C

C．∠2=∠B　　D．$\frac{AD}{AC}=\frac{AE}{AB}$

8．如图，在直角坐标系中，A 是双曲线 $y=\frac{3}{x}$（$x>0$）上的一个动点，B 是 x 轴正半轴上一个定点，当点 A 的横坐标逐渐增大时，△OAB 的面积将会

A．逐渐减小　　B．不变



第 8 题

C．逐渐增大　　　　　　D．先减小后增大

9.学校机房今年和去年共购置了 100 台计算机，已知今年购置计算机数量是去年购置计算机数量的 3 倍，则今年购置计算机的数量是

A.25 台　　　*B*.50 台　　　　*C*.75 台　　　　*D*.100 台

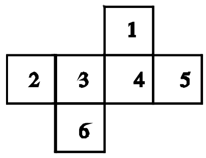
10．如图，*C*，*D* 分别是线段 *AB*，*AC* 的中点，分别以点 *C*，*D* 为圆心，*BC* 长为半径画弧，两弧交于点 *M*，则可测得∠*AMB* 的度数为

A．80°　　　　B．90°　　　　C．100°　　　　D．105°

二、填空题(本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分．把答案填在答题卡的相应位置)

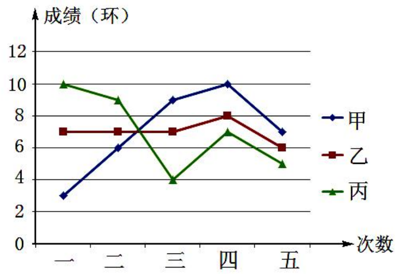
11．计算：$(-3)^0+3^{-1}$=________．

12．如图是正方体的一种展开图，其每个面上都标有一个数字，那么在原正方体中，与数字“2”相对的面上的数字是______．



第 12 题

13.甲、乙、丙三人进行飞镖比赛，已知他们每人五次投得的成绩如图所示，那么三人中成绩最稳定的是_______．

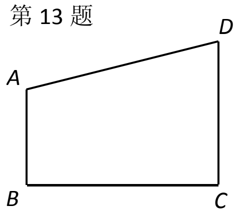


第 13 题

14．已知 m，n 为两个连续的整数，且 $m<\sqrt{11}<n$，则 $m+n=$______．

15．已知△*ABC*，∠*A*=30°，∠*B*=105°，*BC*=4，则 *AB*= __________．

16．在一张直角三角形纸片的两直角边上各取一点，分别沿斜边中点与这两点的连线剪去两个三角形，剩下的部分是如图所示的四边形 *ABCD*，其中 *AB*=2，*BC*=4，*CD*=3，∠*B* =∠*C*=90°，则原三角形纸片的斜边长是___________．

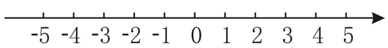


第 16 题

三、解答题(本大题共 9 小题，共 86 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤)

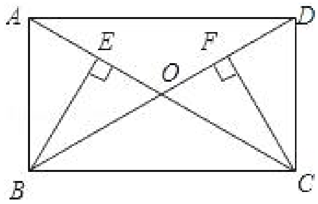
17．（8 分）化简：$3x(x+y)-3xy$，并说出化简过程中所用到的运算律．

18．（8 分）解不等式组 $\begin{cases} 2x+1>0, & ① \\ 2x<x+3, & ② \end{cases}$ 并把解集在数轴上表示出来．



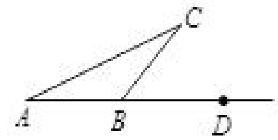
19.（8 分）如图，矩形 $ABCD$ 中，AC 与 BD 交于点 O，$BE\perp AC$，$CF\perp BD$，垂足分别为 E，F．

求证：$BE=CF$．



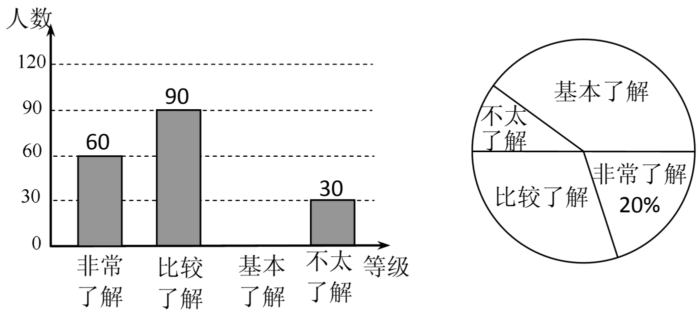
第 19 题

20．（8 分）如图，在△ABC 中，AB＝BC，∠A＝25°，点 D 是边 AB 延长线上的一点．请在图中画出过点 D 且与 BC 平行的直线 DE，并简述直线 DE 与 BC 平行的理由．



第 20 题

21.（8 分）国务院办公厅在 2015 年 3 月 16 日发布了《中国足球发展改革总体方案》，方案实施后，为了解足球知识的普及情况，某校举行“足球在身边”的专题调查活动，采取随机抽样的方法进行问卷调查，调查结果分为“非常了解”、“比较了解”、“基本了解”、“不太了解”四个等级，并将调查结果绘制成如下两幅统计图（部分信息未绘出）．



第21题

请根据图中提供的信息，解答下列问题：

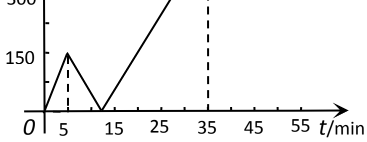
（1）补齐条形统计图，并求被调查的学生人数；

（2）从该校随机抽取一名学生，抽中的学生对足球知识是“基本了解”的概率是多少？

22．（10 分）甲、乙两人匀速从同一地点到 1500m 处的图书馆看书，甲出发 5min 后，乙以一定的速度沿同一路线行走. 设甲乙两人相距 s（m），甲行走的时间为 t（min），s 为 t 的函数，其函数图象的一部分如图所示.

（1）求甲行走的速度；

（2）当甲出发多少分钟时，甲、乙两人相距 360m？

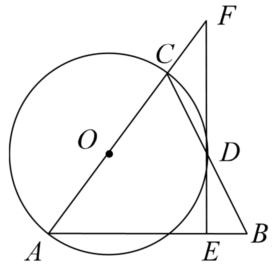


第 22 题

23.（10 分）如图，在△ABC 中，$AB=AC$，以 AC 为直径作⊙O 交 BC 于点 D，过点 D 作⊙O 的切线 EF，交 AB 和 AC 的延长线于 E，F.

（1）求证：$FE\perp AB$；

（2）当 $AE=6$，$\sin\angle CFD=\dfrac{3}{5}$时，求 EB 的长.



第 23 题

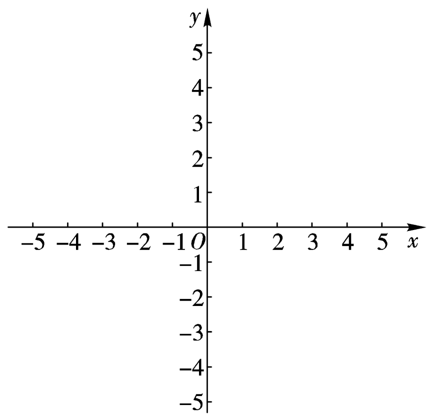
24. (12 分)已知一次函数 $y_1=kx+b$（$k\neq0$）的图象经过 $(2,0)$，$(4,1)$ 两点，二次函数 $y_2=x^2-2ax+4$（其中 $a>2$）.

（1）求一次函数的表达式及二次函数图象的顶点坐标（用含 a 的代数式表示)；

（2）利用函数图象解决下列问题：

①若 $a=\dfrac{5}{2}$，求当 $y_1>0$ 且 $y_2\le0$ 时，求自变量 x 的取值范围；

②如果满足 $y_1>0$ 且 $y_2\le0$ 时的自变量 x 的取值范围内恰有一个整数，直接写出 a 的取值范围.



第 24 题

25.（14 分）在正方形 $ABCD$ 中，点 E，F 分别在边 BC，CD 上，且$\angle EAF=\angle CEF=45°$.

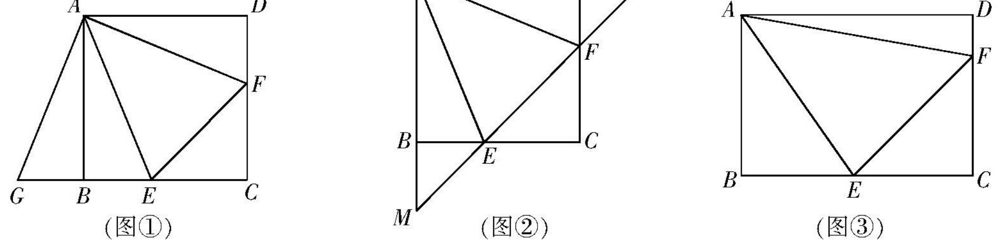
(1) 将△ADF 绕着点 A 顺时针旋转 90°得到△ABG（图①）.

求证：△AEG≌△AEF；

(2) 若直线 EF 与 AB，AD 的延长线分别交于点 M，N（图②）.

求证：$EF^2=ME^2+NF^2$；

(3) 将正方形改为长与宽不相等的矩形，若其余条件不变（图③），试探究线段 EF，BE，DF 之间的等量关系，并说明理由.



第 25 题

参考答案

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1．A； 2．B； 3．D； 4．B； 5．B； 6．C； 7．B； 8．A； 9．C； 10．B．

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分．把答案填在答题卡的相应位置）

11．$1\frac{1}{3}$； 12．4； 13．乙； 14．7； 15．$4\sqrt{2}$； 16．10 或 $4\sqrt{5}$．

三、解答题（本大题共 9 小题，共 86 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17．解：原式 $=3x^2+3xy-3xy$

$=3x^2$.

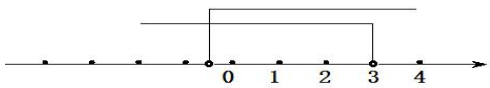
所用到的运算律有：分配律、加法结合律.

18．解：由①得 $x>-\frac{1}{2}$，

由②得 $x<3$，

则不等式组的解集为 $-\frac{1}{2}<x<3$.

此不等式组的解集在数轴上表示为：



19.证明：∵四边形 $ABCD$ 为矩形，

∴$OA=OC$，$OB=OD$，$AC=BD$，

∴ $BO=CO$.

∵$BE\perp AC$ 于 E，$CF\perp BD$ 于 F，

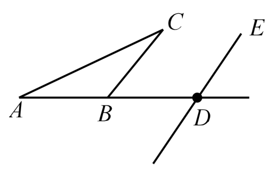
∴$\angle BEO=\angle CFO=90°$.

又∵$\angle BOE=\angle COF$，

∴$\triangle BOE\cong\triangle COF$.

∴$BE=CF$.

20．解一：如图，用量角器和直尺画$\angle BDE＝130°$，则 $BC\parallel DE$.理由如下:



∵ $AB＝BC$，

∴ $\angle C＝\angle A＝25°$.

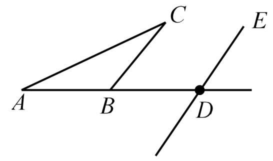
∴ $\angle CBD＝\angle C＋\angle A＝50°$.

∵ $\angle BDE＝130°$，

∴ $\angle CBD＋\angle BDE＝180°$.

∴ $BC\parallel DE$.

解二：如图，用圆规和直尺作$\angle BDE = \angle ABC$，则$BC \parallel DE$.理由如下:

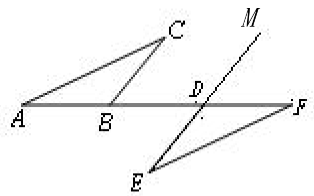


$\because \angle BDE = \angle ABC$，

$\therefore\ BC \parallel DE$.

解三：如图，用圆规和直尺作△FDE≌△ABC，则$BC \parallel DE$.

理由如下:



∵△FDE≌△ABC，

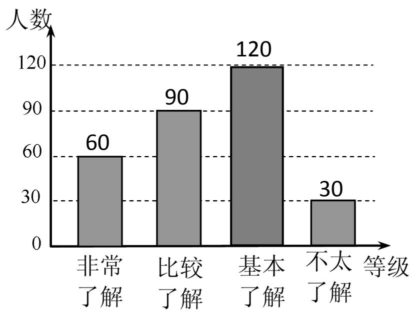
$\therefore \angle FDE = \angle ABC$.

又 $\because \angle FDE = \angle BDM$，

$\therefore \angle BDM = \angle ABC$ ，

$\therefore BC \parallel DE$.

21．解：（1）补齐条形统计图，　300



（2）∵被调查学生中“基本了解”的人数为：

300-（60+90+30）=120（人），

占被调查学生人数的百分比：

$\frac{120}{300} = 40\%$ ，

∴抽中的学生对足球知识是“基本了解”

的概率是：P=40%（或=$\frac{2}{5}$或 0.4）.

22．解：（1）甲行走的速度为：$150 \div 5 = 30$（米/分）;

（2）由图可知，当 t＝35 时，乙行走的路程为：

30×（35－5）＋150＋450＝1500 米，

则乙行走的速度为：1500÷（35－5）＝50（米/分）;

设甲出发 t 小时与乙相遇，由$30t = 50(t-5)$，

解得$t = 12.5$.

当$t = 50$时，甲行进了$30 \times 50 = 1500$米.

结合函数图象可知，当$t = 12.5$和$t = 50$时，$s = 0$；当$t = 35$时，$s = 450$，

①当$12.5 \le t \le 35$时，由待定系数法可求：$s = 20t - 250$，

令$s = 360$，即$20t - 250 = 360$，解得$t = 30.5$；

②当$35 < t \le 50$时，由待定系数法可求：$s = -30t + 1500$，

令$s = 360$，即$-30t + 1500 = 360$，解得$t = 38$.

∴甲行走 30.5 分钟或 38 分钟时，甲、乙两人相距 360 米.

23．（1）证明：连接 OD．（如图）

∵ $OC=OD$，

∴ $\angle OCD=\angle ODC$.

∵ $AB=AC$，

∴$\angle ACB=\angle B$.

∴ $\angle ODC=\angle B$.

∴ $OD\parallel AB$.

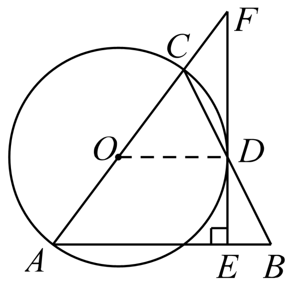
∴ $\angle ODF=\angle AEF$.

∵ EF 与⊙O 相切.

∴ $OD\perp EF$，∴ $\angle ODF=90°$.

∴$\angle AEF=\angle ODF=90°$.

∴ $EF\perp AB$.



（2）解：由（1）知：$OD\parallel AB$，$OD\perp EF$．

在 Rt△AEF 中，$\sin\angle CFD=\dfrac{AE}{AF}=\dfrac{3}{5}$，$AE=6$.

∴ $AF=10$.

在 Rt△ODF 中，$\sin\angle CFD=\dfrac{OD}{OF}=\dfrac{r}{10-r}=\dfrac{3}{5}$，

解得 $r=\dfrac{15}{4}$．

∴ $AB=AC=2r=\dfrac{15}{2}$．

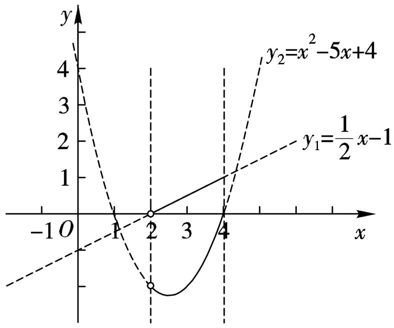
∴ $EB=AB-AE=\dfrac{15}{2}-6=\dfrac{3}{2}$．

24．解：（1）∵ 一次函数 $y_1=kx+b$（$k\neq0$）的图象经过 $(2,0)$，$(4,1)$ 两点，

∴ $\begin{cases}2k+b=0,\\4k+b=1.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}k=\dfrac{1}{2},\\b=-1.\end{cases}$

∴ $y_1=\dfrac{1}{2}x-1$.



∵ $y_2=x^2-2ax+4=(x-a)^2+4-a^2$，

∴ 二次函数图象的顶点坐标为 $(a,4-a^2)$．

（2）①当 $a=\frac{5}{2}$ 时，$y_2=x^2-5x+4$.

如图，因为 $y_1>0$ 且 $y_2\le 0$，由图象得 $2<x\le 4$.

② $\frac{13}{6}\le a<\frac{5}{2}$.

25.（1）证明：由旋转可知：$AG=AF$，$\angle GAF=90°$.

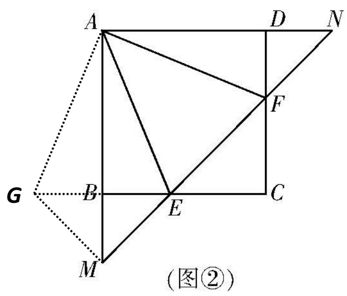
∵ $\angle EAF=45°$，

∴ $\angle GAE=\angle EAF=45°$.

又∵ $AE=AE$，

∴ $\triangle AEG\cong\triangle AEF$.

（2）证明：在正方形 $ABCD$ 中，有 $AD\parallel BC$，$\angle BAD=90°$，



(图②)

∴ $\angle N=\angle CEF=45°$.

∴ $\angle AMN=\angle N=45°$.

∴ $\triangle AMN$ 是等腰直角三角形，$AM=AN$.

将 $\triangle ANF$ 绕着点 A 顺时针旋转 90°，

得到 $\triangle AMG$. 连接 GE.

∴ $GM=FN$，$\angle AMG=\angle N=45°$.

∴ $\angle GME=\angle AMG+\angle AMN=90°$.

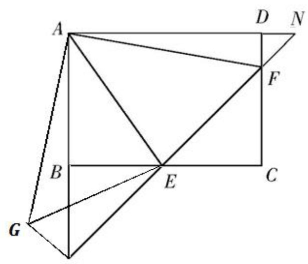
∴ $GE^2=ME^2+GM^2$.

又同（1）可证 $\triangle AEG\cong\triangle AEF$.

∴ $EG=EF$.

∴ $EF^2=ME^2+NF^2$.

（注：也可把 $\triangle ADF$ 旋转到 $\triangle ABG$ 进行证明）



(图③)

（3）如图，延长 AB，AD，分别交直线 EF 于点 M，N，

同（2）可得 $\triangle AMN$ 是等腰直角三角形，$\angle AMN=\angle N=45°$，$AM=AN$.

将 $\triangle ANF$ 绕着点 A 顺时针旋转 90°，得到 $\triangle AMG$.

连接 GE. 同（2）可证 $EF^2=ME^2+NF^2$.

∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴ $\angle MBE=\angle NDF=90°$.

∴ $\triangle BME$ 和 $\triangle DNF$ 是等腰直角三角形.

∴ $ME^2=2BE^2$，$NF^2=2DF^2$.

∴ $EF^2=2BE^2+2DF^2$.